GRUNDBEGRIFFE DER FINANZWIRTSCHAFT

Heft 8

INNSBRUCKER BEITRÄGE ZUR FINANZWIRTSCHAFT

Walter S.A. Schwaiger*

Innsbruck, Mai 1998

* Institut für Betriebliche Finanzwirtschaft der Universität Innsbruck
Universitätsstr. 15, A-6020 Innsbruck,
Tel.: ++43.512.507.7552, Fax: ++43.512.507.2846
email: walter.schwaiger@uibk.ac.at
homepage: http://info.uibk.ac.at/c/c4/c413/mitarb/mitarbws.html

FINANZWIRTSCHAFTLICHE SICHTWEISE.....1

A) ORIGINÄRE UND DERIVATIVE FINANZINSTRUMENTE 3

A1) Barmittel 3

A2) Aktien 9

A3) Anleihen 14

A4) Nichttraditionelle Anlagen 19

A5) Forwards & Futures 21

A6) Calls & Puts 25

B) PORTFOLIO-THEORIE 31

B1) Diversifikationseffekt 34

B2) Portfolios aus Aktien und NichtTrad. Anlagen 39

B3) Portfolios aus Barmittel und Aktien 41

B4) Effiziente Portfolios.....42

B5) Tangential- und Misch-Portfolios 44

B6) Optimale Portfolios 46

B7) Portfolio-Immunisierung mit Futures & Forwards.....50

B8) Portfolio-Versicherung mit Puts 55

B9) Optionsstrategien 58

C) PORTFOLIO-MANAGEMENT 62

C1) Portfolio-Management als integrierter Prozeß.....63

C2) Asset Allocation 65

C3) Performance-Messung 69

C4) Leistungsabrechnung.....74

D) ALTERNATIVE PORTFOLIO-THEORIE.....75

D1) Analyse der Renditeverteilungen.....75

D2) Value at Risk (Marktwert am Risiko).....79

D3) Korrelationen-Methode zur VaR-Aggregation.....84

D4) VaR-Portfolio-Theorie.....86

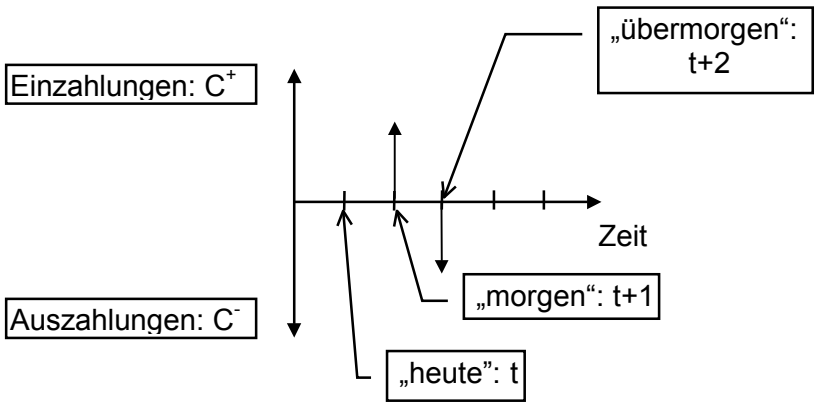
STICHWÖRTER.....89

ORIGINALBEITRÄGE.....91

Finanzwirtschaftliche Sichtweise

Finanzwirtschaft (*Finance*) ist die Lehre[I] der Bewertung und Steuerung von ***Zahlungsströmen*** (***Cash Flows***).

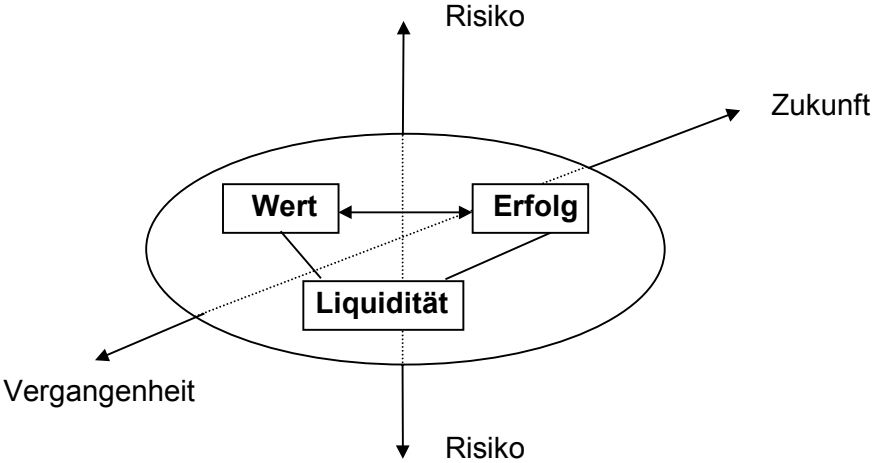
Der Zahlungsstrom (*Cash Flow*) eines Objektes (z.B. Finanzinstrument oder Unternehmen) umfaßt alle mit dem Objekt verbundenen *zukünftigen Ein-* und *Auszahlungen.*



Achtung: Der Cash Flow darf nicht mit dem *Jahres*-Cash Flow verwechselt werden, welcher direkt oder indirekt aus dem Jahresabschluß abgeleitet wird und folglich vergangenheitsbezogen ist.

Zur Veranschaulichung des Unterschiedes zwischen der
- vergangenheitsbezogenen Buchhaltung und der
- zukunftsorientierten Finanzwirtschaft

diene eine *Hamburger*-Analogie, wobei das *Weiche* dem Risiko entspricht.



Die *Bewertung* der Cash Flows basiert auf dem Opportunitätsgedanken, demzufolge die Bewertung vor dem Hintergrund alternativer (Investitions/Finanzierungs-)Möglichkeiten erfolgt. Die für die zeitliche Überlassung von Kapital geforderte Verzinsung besteht aus den zwei Komponenten:

- *Zeitprämie* (Abgeltung für Kapitalüberlassung) und
- *Risikoprämie* (Abgeltung für das übernommene Risiko).

Der finanzwirtschaftliche *Gegenwartswert* (*Bar-* oder *Marktwert*) eines Cash Flows ergibt sich durch Abzinsung (Diskontierung) der einzelnen Zahlungen mit den laufzeit- und risikokonformen Zinssätzen.

Die Cash Flows lassen sich durch die Bildung von *Portfolios* (mit gewünschten Eigenschaften) steuern. Dabei wird neben dem *Erfolg* auch das *Risiko*, welches in Form unsicherer Veränderungen der Cash Flow-Marktwerte gemessen wird, gesteuert. Je nach verwendeter Definition des Risikos, wird entweder die mit der Varianz gemessene *Unsicherheit* oder das über den Value at Risk quantifizierte *Verlustpotential* gesteuert.

Die Finanzinstrumente (Finanzpositionen, Wertpapiere), welche bei der finanzwirtschaftlicher Sichtweise als Cash Flows gesehen werden, lassen sich folgendermaßen klassifizieren:

1. **Kassapositionen**
    - *originäre Positionen*: z.B. Barmittel, Aktien und Anleihen
        - *Vermögenspositionen* (Aktiva, Kauf- oder long Position)
        - *Schuldpositionen* (Passiva, Verkaufs- oder short Position)
    - *nichttraditionelle (alternative) Positionen*: z.B. Hedge Funds, Privat Equity, Commodities und Emerging Markets Instrumente
2. **Terminpositionen** (derivative Positionen)
    - *Einzeltermingeschäfte*: z.B. Forwards, Futures und Calls, Puts
        - *Unbedingte Termingeschäfte (Festgeschäfte)*
          Kaufposition (long)
          Verkaufsposition (short)
        - *Bedingte Termingeschäfte (Optionsgeschäfte)*
          Kaufposition (long)
          Verkaufsposition (short)
    - *Termingeschäftsportfolios*: z.B. Swaps und Caps, Floors, Collars

A) Originäre und Derivative Finanzinstrumente

A1) Barmittel

DEFINITION

Barmittel sind kurzfristige, risikolose Veranlagungen.

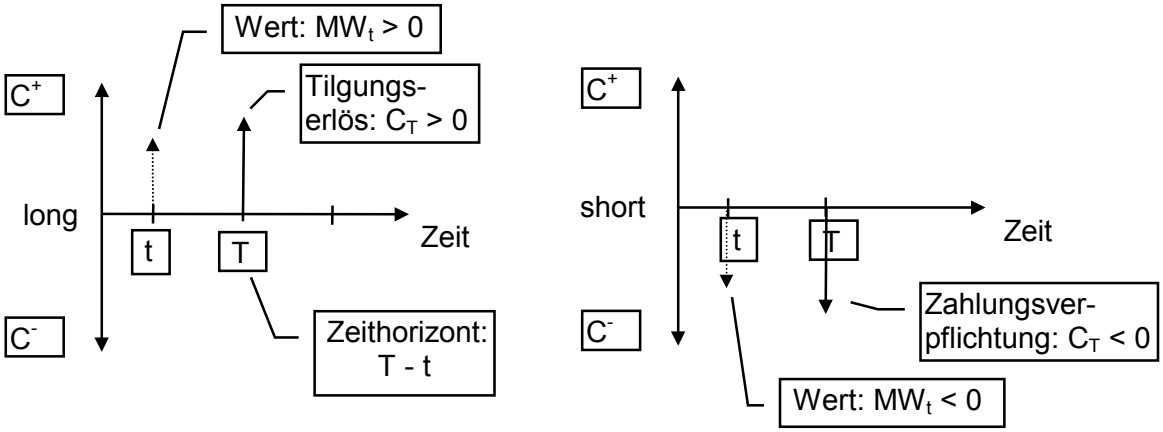
Eine Veranlagung ist über den Veranlagungshorizont *risikolos*, wenn
1. die zukünftig versprochene Zahlung mit Sicherheit stattfindet,
2. die Veranlagung bis zum Ende gehalten wird (werden kann) und
3. zwischenzeitlich weder Ein- noch Auszahlungen anfallen.

Risikolos bezieht sich auf die Absenz des
- *Bonitäts-/Ausfallrisikos* (1. Eigenschaft), des
- *Zins(änderungs)risikos* (2. und 3. Eigenschaft) sowie des
- *Tilgungs-/Kündigungsrisikos* (ebenfalls 2. und 3. Eigenschaft).

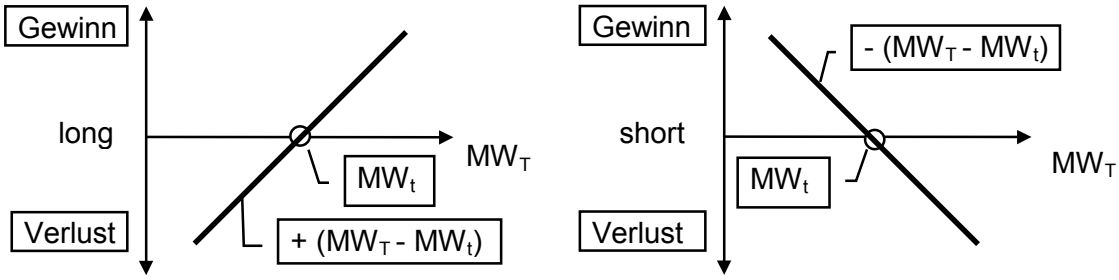
Vom
- *Inflationsrisiko*, welches sich aus einer Veränderung der Kaufkraft über den Veranlagungshorizont ableitet, wird bei dieser auf Nominalgrößen abgestellten Definition von *risikolos* abgesehen.

FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

- **CF-Repräsentation**



- **Gewinn/Verlust-Repräsentation**



BEWERTUNG

Der Marktwert (MW_t) im Zeitpunkt t (= heute) der risikolosen Veranlagung ergibt sich durch Abdiskontierung der Zahlung im Zeitpunkt T (C_T) mit dem risikolosen Zinssatz ($r_{t,T}$) über den Veranlagungshorizont (T-t):

(1) $$MW_t = \frac{C_T}{(1+r_{t,T})^{T-t}}$$

Beispiel:

C_T … 100,6744
$r_{t,T}$ … 8,40 %
T-t … 1 Monat (= 1/12 Jahre)

$$MW_t = \frac{100{,}6744}{(1+0{,}0840)^{1/12}} = 100$$

KENNZAHLEN

- **Interne Zinssätze (Implied Yields to Maturity: YTM)**

Handelt es sich bei den Barmittel um auf Märkten gehandelte Finanzinstrumente, so läßt sich durch Gleichsetzung ihres Preises[1] (P_t) mit dem

[1] Unter dem Preis wird der *Dirty Price* verstanden, welcher sich aus dem Börsekurs zuzüglich der Stückzinsen berechnet.

Marktwert der *interne Zins* (implied[2] *Yield To Maturity*: YTM) berechnen:

$$P_t = MW_t = \frac{C_T}{(1+YTM_{T-t})^{T-t}}$$

(2) $$YTM_{T-t} = \left(\frac{C_T}{P_t}\right)^{\frac{1}{T-t}} - 1$$

Beispiele:

P_t … 100
C_T … 100,6744
T-t … 1/12

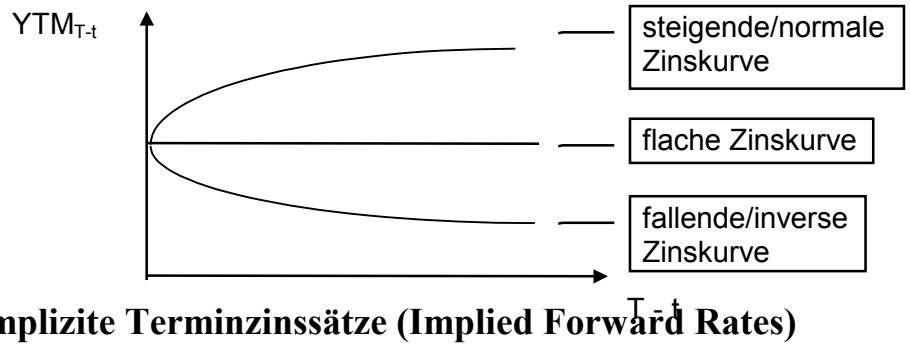
$$YTM_{1/12} = \left(\frac{100{,}6744}{100}\right)^{\frac{1}{1/12}} - 1 = 0{,}0840 = 8{,}40\%$$

P_t … 100
C_T … 101,3222
T-t … 2/12

$$YTM_{2/12} = \left(\frac{101{,}3222}{100}\right)^{\frac{1}{2/12}} - 1 = 0{,}0820 = 8{,}20\%$$

- **Zinskurve**

Aus den internen Zinssätzen für unterschiedliche Veranlagungshorizonte (T-t) läßt sich die *Zinskurve* ermitteln, welche die verschiedenen YTMs für unterschiedliche Horizonte angibt:



- **Implizite Terminzinssätze (Implied Forward Rates)**

[2] Die implizite Ermittlung (Schätzung von Parametern) ist eine Alternative zur historischen Schätzung. Sie ergibt sich durch Auflösung der Beziehung, welche sich durch Gleichsetzung von Marktpreisen und Marktwertfunktionen ergibt. Die derart ermittelten Parameter stecken somit *implizit* in den Marktpreisen, aus denen sie mit Hilfe des jeweils unterstellten Bewertungsmodells explizit gemacht werden.

Postuliert man die Gleichheit der Verzinsung einer Roll-over-Strategie[3] und einer risikolosen Veranlagung über einen längerfristigen Veranlagungshorizont (Planungshorizont: z.B. T_2-t), so lassen sich die Terminzinssätze (implied Forward Rates: z.B. $FR_{T2\text{-}T1}$) implizit bestimmen:

$$(1+YTM_{T1-t})^{T1-t} * (1+FR_{T2-T1})^{T2-T1} = (1+YTM_{T2-t})^{T2-t}$$

(3) $$FR_{T2-T1} = \left(\frac{(1+YTM_{T2-t})^{T2-t}}{(1+YTM_{T1-t})^{T1-t}} \right)^{\frac{1}{T2-T1}} - 1$$

Beispiel:

$$FR_{T2-T1} = \left(\frac{(1+0{,}0820)^{2/12}}{(1+0{,}0840)^{1/12}} \right)^{\frac{1}{1/12}} - 1 = 0{,}0800 = 8\%$$

Gemäß der (unverzerrten) *Erwartungshypothese*[4] werden die impliziten Terminzinssätze als vom Markt zukünftig erwartete (Kassa-)Zinssätze interpretiert. Unter Verwendung der *Liquiditätsprämienhypothese* liegen die impliziten Terminzinssätze um die Liquiditäts-(risiko-)prämien über den zukünftig erwarteten Zinssätzen.

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**

Liegt eine Zeitreihe von „n+1" Preisen vor, so lassen sich daraus „n" 1-periodige Renditen[5] berechnen:

$$rBar_t = \frac{P_{T1}}{P_t} - 1$$

(4) $$rBar_{T1} = \frac{P_{T2}}{P_{T1}} - 1$$

usw.

[3] Darunter versteht man die laufende Investition in kurzfristige (z.B. T_1-t und T_2-T_1) risikolose Veranlagungen während eines Planungshorizontes, welcher den kurzfristigen Veranlagungshorizont überschreitet (z.B. T_2).

[4] Von der „Gültigkeit" dieser Hypothese kann aber nur in einer risikoneutralen Ökonomie ausgegangen werden.

[5] Diese zeitdiskrete Renditebestimmung wird nur der Einfachheit halber gewählt. In praktischen und wissenschaftlichen Arbeiten wird allerdings der zeitstetigen Renditeberechnung der Vorzug gegeben.

Beispiel[6]:

$$rBar_1 = \frac{100{,}6744}{100} - 1 = 0{,}006744 = 0{,}6744\%$$

$$rBar_2 = \frac{101{,}3222}{100{,}6744} - 1 = 0{,}006435 = 0{,}6435\%$$

Die Gesamtheit dieser Renditen wird als Stichprobe bezeichnet. Im Rahmen der klassischen *Stichprobenanalyse* werden die einzelnen Elemente als unabhängige Ziehungen aus der als normalverteilt[7] postulierten Grundgesamtheit angesehen. Der Lageparameter der zugrunde liegenden Normalverteilung wird mit Hilfe des Mittelwertes (Stichproben-Erwartungswert: E; *Erfolg*)

(5) $$E(rBar) = \frac{\sum_{i=1}^{n} rBar_i}{n}$$

und der Streuungsparameter (Stichproben-Standardabweichung: StdAbw; *Risiko*) aus der Wurzel der Stichprobenvarianz

(6) $$StdAbw(rBar) = \sqrt{Var(rBar)}$$
$$Var(rBar) = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(rBar_i - E(rBar)\right)^2}{n-1}$$

geschätzt[8].

[6] Die Beispielsberechnung beruhen auf monatlichen Preisen für den Zeitraum von 31.12.1992 - 31.12.1997; woraus sich n=60 monatliche Renditen berechnen lassen.

[7] Die *Normalverteilung* bildet das statistische Fundament der Modernen Portfoliotheorie. Ihre statistische Popularität ergibt sich aus dem Zentralen Grenzwertsatz, demzufolge gewichtete Summen (arithmetische Mittel) von unabhängigen Ziehungen aus identen Verteilungen gegen die Normalverteilung konvergieren. Die finanzwirtschaftliche Attraktivität ergibt sich aus der 2-parametrigen Spezifikation ihrer Dichtefunktion, wobei der *Lageparameter* als *Erfolg* und der *Streuungsparameter* als *Risiko* interpretierbar sind.

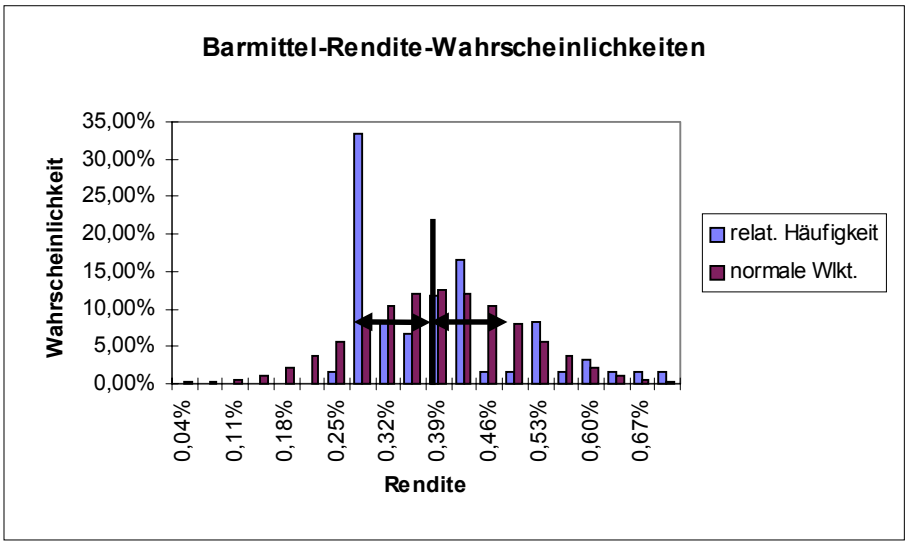
[8] Die Bezeichnungen E(r) sowie Var(r) bzw. StdAbw(r) werden gewählt, da die dahinterstehenden Parameterschätzungen in praktischen Anwendungen der Portfolio-Theorie häufig zur Bestimmung der erwarterteten Rendite bzw. des in Form der Standardabweichung gemessene Risikos herangezogen werden.

Beispiel[9]:

$$E(rBar) = 0{,}37\%$$
$$StdAbw(rBar) = 0{,}11\%$$

Renditebereiche[10]

	66%-Bereich	95%-Bereich	99%-Bereich
rBar	0,26%	0,15%	0,04%
	0,48%	0,59%	0,71%



Information zum Arbeitsblatt: Statistik

Verwendete MS-Excel-Funktionen:		zur Berechnung von:
MITTELWERT(Zellbereich)	…	E(rBar)
VARIANZEN(Zellbereich)[11]	…	Var(rBar)
WURZEL(Zelle)	…	StdAbw(rBar)

[9] Zur Annualisierung der monatlichen Stichproben-Momente ist der Stichproben-Erwartungswert und die -Varianz jeweils mit 12 (Monaten) bzw. die Stichproben-Standardabweichung mit Wurzel(12) zu multiplizieren. Diese Annualisierung beruht auf der Annahme 12 identer und unabhängiger Monatsrenditeverteilungen pro Jahr.

[10] Die angegebenen Bereiche basieren auf der Annahme normalverteilter Renditen.

[11] Die VARIANZEN-Funktion ist bei kleinem Stichprobenumfang leicht nach unten verzerrt, zumal sie eine Schätzfunktion für die Grundgesamtheit darstellt. Gleiches gilt für die später verwendete COVAR-Funktion. Beide Funktionen wurden lediglich der Einfachheit halber gewählt.

A2) Aktien

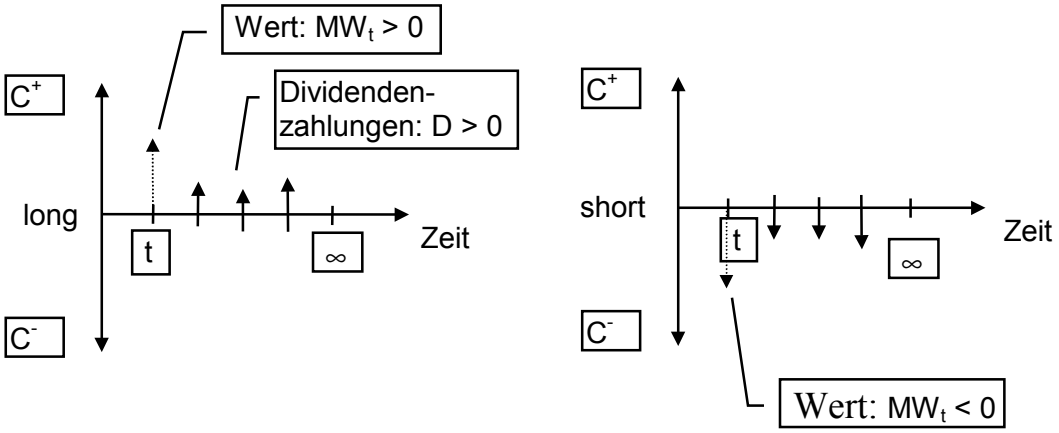
DEFINITION

Als *Aktien* werden handelbare Finanztitel verstanden, deren Laufzeit nicht begrenzt ist und denen kein Zahlungsversprechen zugrunde liegt.

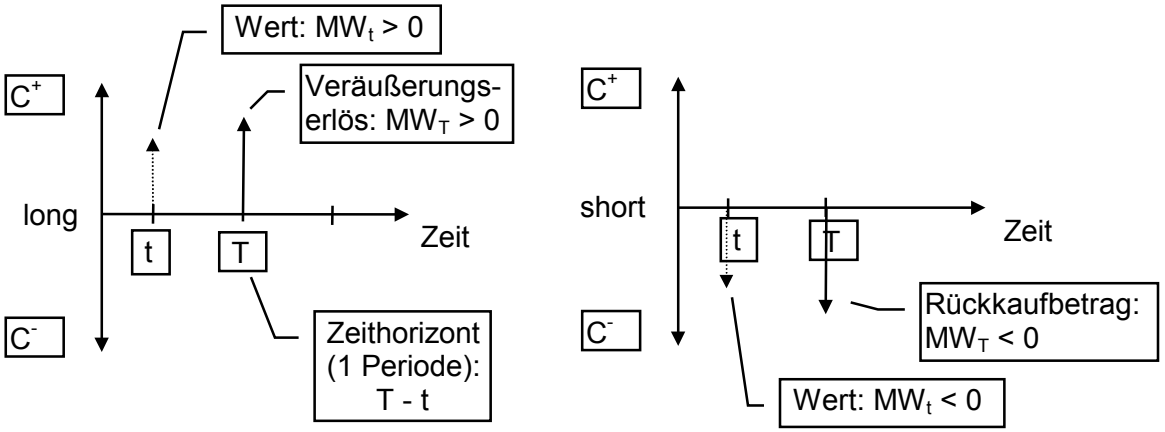
FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

- **CF-Repräsentation**

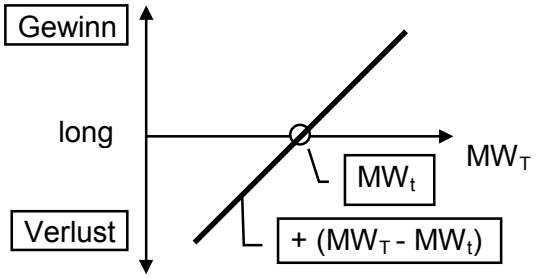
Gesamt-Betrachtung

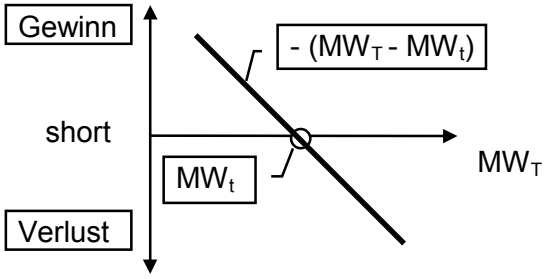


1-Perioden-Betrachtung



- **Gewinn/Verlust-Repräsentation**





BEWERTUNG

Aufgrund der unsicheren zukünftigen Dividendenzahlungen sowie der unbeschränkten Laufzeit (möglicherweise unendlich lange?) ist die Aktienbewertung viel schwieriger als die der Barmittel. Es gibt eine Vielzahl an verschiedenen Bewertungstheorien, welche sich teilweise fundamental unterscheiden[12]. Die in Lehrbüchern sicherlich am häufigsten dargestellte Bewertungstheorie ist das *Dividendenbarwertmodell*, demzufolge der Marktwert als Summe aller abdiskontierten Dividendenzahlungen definiert wird. Im Vergleich zur Bewertung der Barmittel wird zusätzlich die Unsicherheit der zukünftigen Zahlungen berücksichtigt, indem von den erwarteten Zahlungen (E(D)) ausgegangen wird und eine Risikoprämie (RP) gefordert wird:

(7) $$MW_t = \sum_{s=t+1}^{\infty} E\left(\frac{D_s}{(1+r_{t,s}+RP_{t,s})^{s-t}}\right)$$

[12] Die Bewertung kann als Glaubensfrage interpretiert werden, wobei die einzelnen Theorien durchaus vergleichbar mit verschiedenen Religionen gesehen werden können.

Exkurs: BEWERTUNGSEFFIZIENZ

Die *These der Bewertungseffizienz*[II] besagt, daß die Preise der auf Märkten gehandelten Finanzinstrumente sämtliche bewertungsrelevanten Informationen beinhalten. Sie wurde erstmals Ende der 60er Jahre postuliert und brachte die Finanzpraxis einigermaßen in Aufruhr. Sollte sie nämlich in realiter vorherrschen, wären Fehlbewertungen ausgeschlossen und die Suche nach über- bzw. unterbewerteten Finanzinstrumenten (Stock Picking) vergebliche Mühe.

Empirisch getestet wurde die Effizienzthese für drei Varianten, welche sich im Umfang der zugrunde gelegten bewertungsrelevanten Informationen unterscheiden:

1. *schwache Form*: alle historischen Informationen,
2. *mittelstrenge Form*: alle öffentlich verfügbaren Informationen und
3. *strenge Form*: sämltiche, d.h. auch Insiderinformationen.

Wie zu erwarten, gibt es keinen einheitlichen empirischen Befund[13] entweder für oder gegen die „Gültigkeit" der Effizienzthese. Die Bedeutung der Effizienzstudien liegt somit nicht in einer „endgültigen" Klärung der Effizienzfrage als vielmehr im durch sie bewirkten *Umdenken*:

1. werden nunmehr *verschieden starke Ausprägungen* der (In-)Effizienz für verschiedene Länder (z.B. für entwickelte, emergente und enge Märkte) gesehen und
2. wird das *Stock Picking* in einem neuen Lichte betrachtet, d.h. bei der Feststellung von vermeindlichen Fehlbewertungen sollte man zumindest auf die folgenden drei Fragen eine Antwort wissen:
    - warum weiß der Markt nichts von der Fehlbewertung?
    - warum weiß gerade der Analyst davon?
    - warum sollte der Markt reagieren, wenn er davon erfährt?

[13] Das mit den Effizienztests verbundene *gemeinsame Hypothesenproblem* besagt zudem, daß die Bewertungseffizienz immer nur relativ zum postulierten Bewertungsmodell untersucht werden kann. Jedweder Beleg läßt sich demnach durch den Einwand entkräftigen, daß ein „falsches" Bewertungsmodell zugrunde gelegt wurde.

KENNZAHLEN

- **Kurs/Gewinn-Verhältnis (KGV)**

Das KGV berechnet sich durch Division des Kurses einer Aktie durch den Gewinn[14] pro Aktie. Es wird theoretisch häufig kritisiert, insbesondere da es den Zeitfaktor vernachlässigt. Trotz aller theoretischen Einwände ist das KGV eine in Finanzkreisen häufig gebrauchte Kennzahl, welche erste Anhaltspunkte über die Amortisationszeit einer Aktieninvestition liefert.

- **Beta-Faktor**

Der Beta-Faktor ist die zentrale Risikogröße im Capital Asset Pricing Model[III] (CAPM): Sie kennzeichnet das systematische, d.h. das relativ zum Markt gemessene Risiko einer Investition. Dem CAPM entsprechend wird auf den (rationalen) Märkten nur dieses Risiko entlohnt, da es sich nicht einfach durch Diversifikation eliminieren[15] läßt. Der Beta-Faktor ist definiert als Kovarianz[16] (Kovar(rAkt,rMarkt)) der Rendite der Aktie (rAkt) mit der Rendite des Marktes (rMarkt) dividiert durch die Varianz des Marktes (Var(rMarkt)):

(8) $$Beta(rAkt, rMarkt) = \frac{Kovar(rAkt, rMarkt)}{Var(rMarkt)}$$

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**

Diese Kennzahlen sind anlaog definiert wie bei den Barmittel.

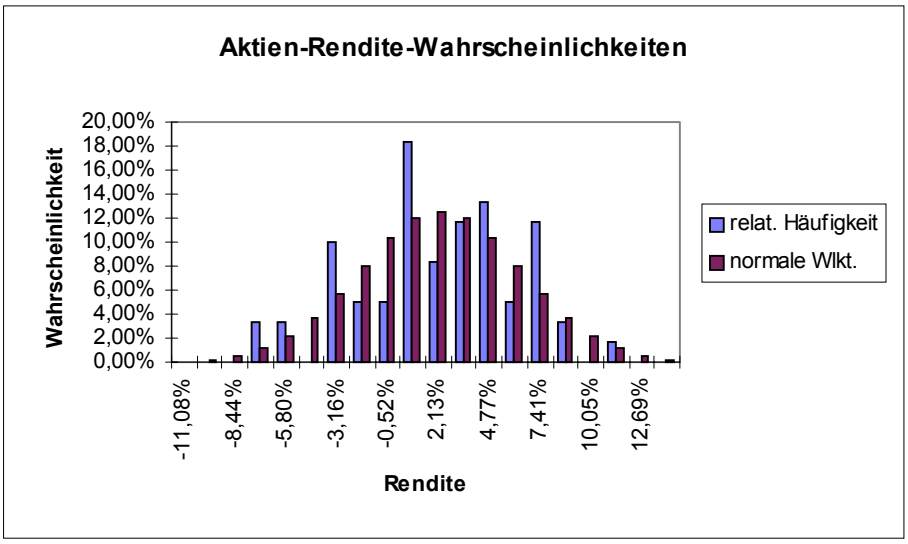
Beispiel:

$$E(rAkt) = 1{,}47\%$$
$$StdAbw(rAkt) = 4{,}18\%$$

Renditebereiche

[14] Zu Vergleichszwecken werden die Gewinne um periodenfremde und außerordentliche Größen bereinigt.
[15] Das eliminierbare Risiko wird als unsystematisches Risiko bezeichnet.
[16] Die *Kovarianz* ist eine Verallgemeinerung der Varianz, welche benötigt wird, wenn mehrere Finanzinstrumente betrachtet werden. Sie mißt die gemeinsame Schwankung der Renditen zweier Finanzinstrumente.

	66%-Bereich	95%-Bereich	99%-Bereich
rAkt	-2,72%	-6,90%	-11,08%
	5,65%	9,83%	14,01%



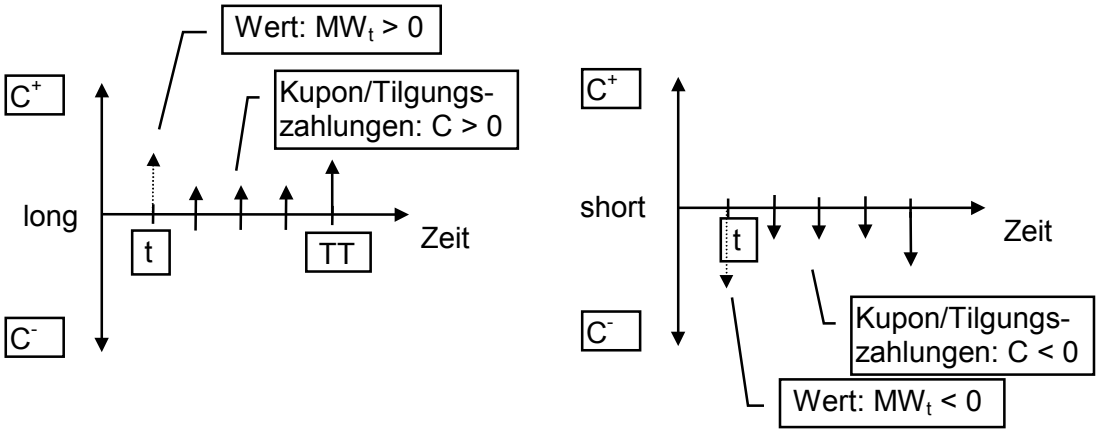
A3) Anleihen

DEFINITION

Anleihen sind handelbare Finanztitel, denen ein Zahlungsversprechen zugrunde liegt und deren Laufzeit (bis auf wenige Ausnahmen) begrenzt[17] sind.

FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

Gesamt-Betrachtung



1-Perioden-Betrachtung

siehe Aktien

- **Gewinn/Verlust-Repräsentation**

siehe Aktien

BEWERTUNG

Nur Nullkupon-Anleihen, das sind Anleihen wobei keine Kupons während der Laufzeit gezahlt werden, können risikolose Veranlagungen darstellen. In allen anderen Fällen (Kupon-Anleihen) kommt zumindest das Zinsrisiko zum Tragen, sodaß sie nicht mehr risikolos sind. Die Bewertung der Anleihen stellt eine Verallgemeinerung der Bewertung von Bar-

[17] Der Zeitpunkt der Begrenzung wird mit *TT* bezeichnet, um sich klar vom zukünftigen Zeitpunkt *T* bei der Gewinn/Verlust-Repräsentation zu unterscheiden.

mittel dar, da mehrere Kuponzahlungen (K) während und eine Tilgungszahlung (TZ) am Ende der Laufzeit abdiskontiert werden. Haftet dem Emittenten ein Bonitätsrisiko an, so wird eher eine Bonitätsprämie (RP) veranschlagt als daß die erwarteten Zahlungen angesetzt werden:

$$\textbf{(9)} \qquad MW_t = \sum_{s=t+1}^{TT} \frac{K_s}{(1+r_{t,s}+RP_{t,s})^{s-t}} + \frac{TZ_{TT}}{(1+r_{t,TT}+RP_{t,T*})^{TT-t}}$$

Die Probleme der Aktienbewertung kommen nicht zum Tragen, insbesondere da die Kuponanleihen in aller Regel eine endliche Laufzeit aufweisen.

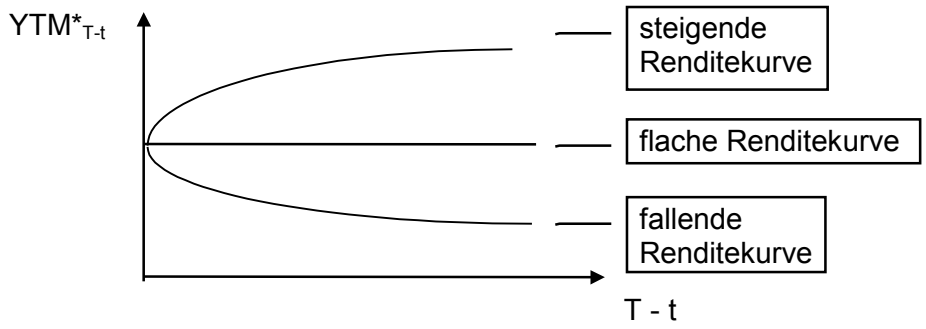
KENNZAHLEN

- **Interne Zinssätze**

Der interne Zinssatz (YTM^*) einer Anleihe ohne Bonitätsrisiko berechnet sich wie bei den Barmitteln durch Gleichsetzung des Preises mit der Marktwertfunktion:

$$\textbf{(10)} \qquad P_t = MW_t = \sum_{s=t+1}^{TT} \frac{K_s}{(1+YTM^*)^{s-t}} + \frac{TZ_{TT}}{(1+YTM^*)^{TT-t}}$$

Aufgrund der multiplen Zahlungen (Ks und TZ) sind die Berechnungen allerdings komplexer. Aus den internen Zinssätzen von Anleihen mit unterschiedlicher Laufzeiten erhält man die *Renditekurve*:



Sie stimmt mit der Zinskurve nur dann überein, wenn diese flach ist. Dies erklärt sich durch den für alle Zahlungszeitpunkte als gleich unterstellten

internen Zinssatz. Die Verzerrung der Renditekurve (Kuponeffekt) kann etwa durch die *Bootstrap*-Methode[18] eliminiert werden.

- **Implizite Terminzinssätze**

Diese sind eigentlich immer aus der Zinskurve zu berechnen. Mangels einer ausreichenden Anzahl an risikolosen Veranlagungen (Barmittel und Nullkupon-Anleihen) kommt es aber häufig vor, daß diese aus der Renditekurve mit Hilfe der Bootstrap-Methode bestimmt wird.

- **(Zins-)Duration und (Zins-)Konvexität**

Die klassische Macaulay-Duration[IV] läßt eine zweifache Interpretation zu:

1. als mittlere Restlaufzeit und
2. als (negative) Elastizität, u.z. in Form einer relativen Preisänderungen bezogen auf eine relative Zinskurvenänderung.

Sie wird definiert als die Summe aller gewichteten Zeitpunkte an denen Zahlungen stattfinden (s), wobei die „Wahrscheinlichkeit" als Gewichtungsfaktor[19] (g) dient:

(11)
$$Duration_t^{Mac} = \sum_{s=t+1}^{TT} s * g_s + TT * g_{TT}$$
$$g_s = \frac{\frac{K_s}{(1+r)^{s-t}}}{MW_t} \quad ; \quad g_{TT} = \frac{\frac{TZ_{TT}}{(1+r)^{TT-t}}}{MW_t}$$

wobei von einer flachen Zinskurve (r) und einer Anleihe ohne Bonitätsrisiko ausgegangen wird. Dividiert man sie durch 1+r ergibt sich die modifizierte *(Macaulay[20]-)Duration*, welche folglich eine (negative) Semielastizität darstellt.

(12)
$$modifizierteDuration_t^{Mac} = \frac{Duration_t^{Mac}}{1+r}$$

[18] Dabei werden die internen Zinssätze von risikolosen Finanzinstrumenten sukzessive herausgerechnet.

[19] Die Wahrscheinlichkeits-Interpretation des Gewichtungsfaktors ist rein mathematischer Natur, zumal der Faktor derartige Eigenschaften hat. Vertrauter ist die ökonomische Interpretation als „durch den Marktwert normierter Barwert der Zahlungen".

[20] Der Anhang „Macaulay" wird nachfolgend verwendet, wenn der Einfachheit halber von einer Parallelverschiebung einer flachen Zinskurve ausgegangen wird.

Zur ersten partiellen Ableitung, welche als *$-(Macaulay-)Duration* bezeichnet wird, gelangt man schließlich durch Multiplikation der modifizierten Duration mit dem Marktwert.

(13) $$\$Duration_t^{Mac} = MW_t * \frac{modifizierteDuration_t^{Mac}}{100}$$

Dies ebnet den Weg zur (Macaulay-)Konvexität, welche über die zweite Ableitung der Marktwertfunktion dividiert durch den Marktwert definiert wird, sodaß sie dargestellt werden kann als:

(14)
$$Konvexität_t^{Mac} = \frac{1}{(1+r)^2}\left(\sum_{s=t+1}^{TT} s*(s+1)*g_s + TT*(TT+1)*g_{TT}\right)$$
$$g_s = \frac{\frac{K_s}{(1+r)^{s-t}}}{MW_t} \quad ; \quad g_{TT} = \frac{\frac{TZ_{TT}}{(1+r)^{TT-t}}}{MW_t}$$

- **Kredit-Duration**

Die (Macaulay-)Kredit-Duration ist definiert als eine (negative) Semielastizität, welche sich aus der partiellen Ableitung der Marktwertfunktion von Anleihen mit Bonitätsrisiko (Gleichung (10)) nach der Risikoprämie[21] und anschliessender Normierung durch den Marktwert ergibt:

(15)
$$KreditDuration_t^{Mac} = \sum_{s=t+1}^{TT} s*g_s + TT*g_{TT}$$
$$g_s = \frac{\frac{K_s}{(1+r+RP)^{s-t-1}}}{MW_t} \quad ; \quad g_{TT} = \frac{\frac{TZ_{TT}}{(1+r+RP)^{TT-t-1}}}{MW_t}$$

[21] Die Macaulay-Annahme einer flachen Zinskurve wird der Einfachheit halber auch auf die Risikoprämienkurve übertragen.

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**

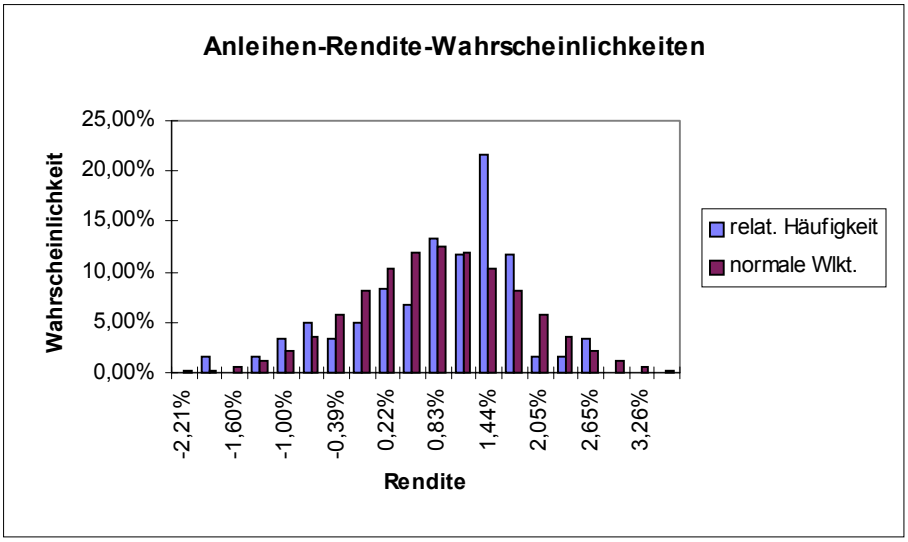
analoge Definition wie bei Barmittel

Beispiel:

$$E(rAnl) = 0{,}68\%$$
$$StdAbw(rAnl) = 0{,}96\%$$

Renditebereiche

	66%-Bereich	95%-Bereich	99%-Bereich
rAnl	-0,29%	-1,25%	-2,21%
	1,64%	2,60%	3,57%



A4) Nichttraditionelle Anlagen

DEFINITION

Unter Nichttraditionellen Anlagen wird eine Vielzahl an Finanzinstrumenten verstanden, welche sich nicht so recht in das bestehende Einteilungsschema in originäre und derivative Instrumente einordnen lassen.

Zu den Nichttraditionellen Anlagen werden etwa folgende Instrumente gezählt werden:

- **Hedge Fonds**
als Veranlagungsformen, welche gegenüber Bewegungen des Gesamtmarktes mehr oder weniger neutral (ge-hedge-t) sind

- **Private Equity**
als nicht öffentlich plazierte Beteiligungen

- **Commodities**
als Warentermingeschäften

- **Emerging Market Equities**
als Aktienmärkte der Schwellenländer

- **Emerging Market Bonds**
als Anleihenmärkte der Schwellenländer

FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

siehe Aktien

BEWERTUNG

siehe Barmittel/Aktien/Anleihen
sowie Forwards/Futures und Calls/Puts

KENNZAHLEN

siehe Barmittel/Aktien/Anleihen
sowie Forwards/Futures und Calls/Puts

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**

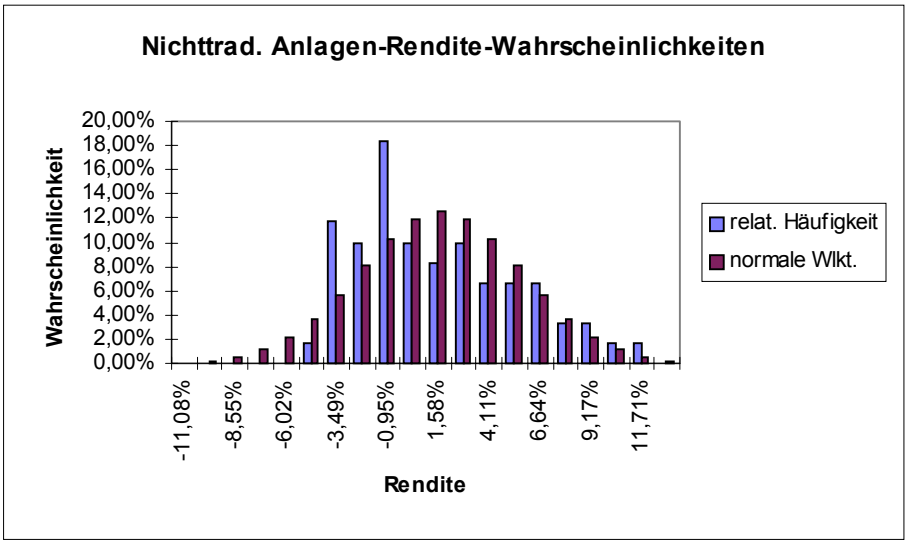
analoge Definition wie bei Barmittel

Beispiel[22]:

$$E(rNTr) = 0{,}95\%$$
$$StdAbw(rNTr) = 4{,}01\%$$

Renditebereiche

	66%-Bereich	95%-Bereich	99%-Bereich
rNTr	-3,06%	-7,07%	-11,08%
	4,95%	8,96%	12,97%



[22] Dem Beispiel liegt ein Hedge-Fonds zugrunde.

A5) Forwards & Futures

DEFINITION

Forwards und *Futures* sind Einzelfestgeschäfte, welche am Verfalltag[23] (T) unbedingt zur Lieferung des zugrunde liegenden Basisobjektes und Bezahlung des Terminpreises (F) führen.

Der Wert des Futures wird bei Vertragsabschluß sowie beim *Daily Settlement* immer wieder auf null gesetzt, weshalb sie auch als *wertlos*[24] bezeichnet werden können. Da die Forwards meist nicht standardisiert sind, kann ihr Terminpreis frei gesetzt werden, sodaß der Kontrakt einen positiven oder negativen Wert annehmen kann.

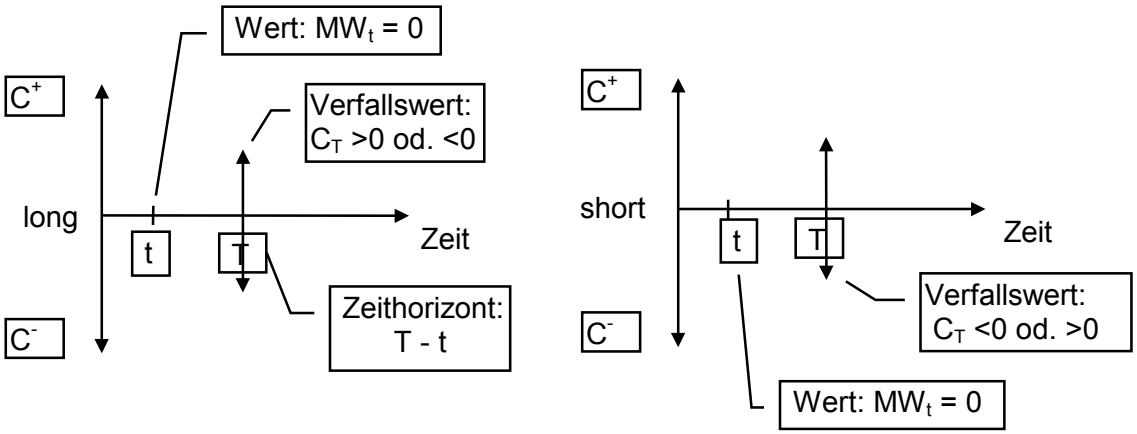
Im Rahmen des Daily Settlements wird automatisch
1. der alte Futures-Kontrakt mit dem alten Terminpreis aufgelöst,
2. ein neuer Futures-Kontrakt mit einem neuen Terminpreis geschlossen und
3. die Differenz zwischen dem neuen und dem alten Terminpreis den beiden Vertragsparteien gutgeschrieben bzw. angelastet (Nullsummenspiel).

[23] Der Verfalltag wird der einfacheren Veranschaulichung wegen mit *T* und nicht wie bei den Anleihen mit *TT* bezeichnet. Diese Vereinfachung soll aber nicht besagen, daß der Verfalltag mit dem zukünftigen Zeitpunkt bei der Gewinn/Verlust-Repräsentation, welcher ebenfalls mit *T* bezeichnet wird, zusammenfallen muß.
[24] Wertlos heißt aber nicht risiko- bzw. nutzlos!

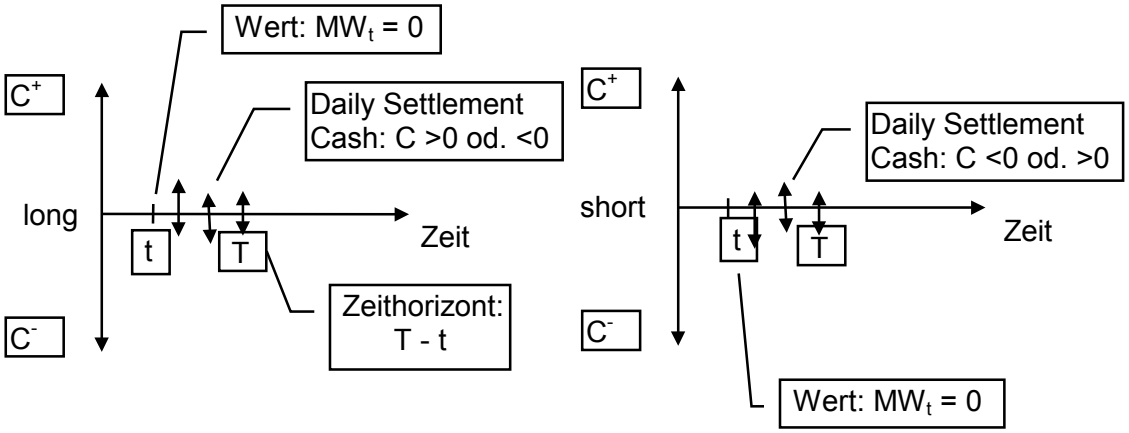
FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

• CF-Repräsentation

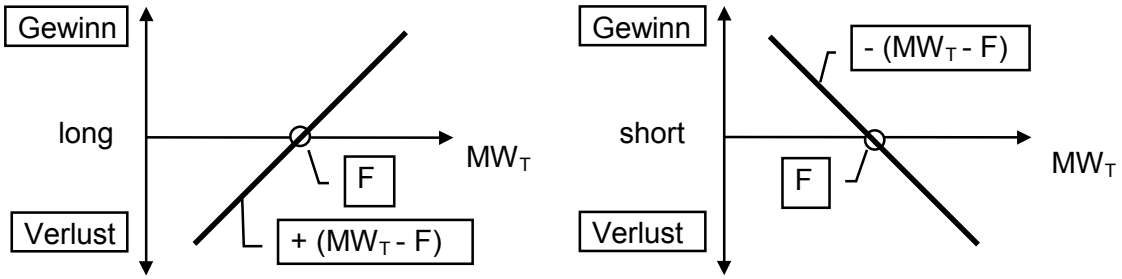
Forwards



Futures



• Gewinn/Verlust-Repräsentation



BEWERTUNG

Die Bestimmung des Terminpreises beruht auf einer Cash & Carry-Überlegung, bei welcher im Zeitpunkt t von einem Kauf des dem Kontrakt zugrunde liegenden und gehandelten[25] Basisobjektes und seinem Halten bis zum Kontraktverfalltag ausgegangen wird.

Aus dieser Überlegung leitet sich ein Terminpreis ($F_{t,T}$) in Höhe des mit den (annualisierten) *Cost of Carry*[26] bis Verfalltag (T-t) aufgezinsten Kassamarktpreises des Basisobjektes zum Zeitpunkt t ab:

(16) $$F_{t,T} = Preis_t * \exp(CostOfCarry * (T - t))$$

Dabei handelt es sich um den *arbitragefreien Terminpreis*, da bei jeweder Abweichung[27] risikolose Gewinne ohne Einsatz eigener Mittel (sogenannte *Arbitragen*) lukriert werden können.

Beispiel:

Aktie als Basisobjekt[28]
$Preis_t$ … 232,94
$r_{t,T}$ … 0,37 % p.m. (= E(rBar))
T-t … 1 Monat (= 1/12 Jahre)

$$CostOfCarry = \ln(1 + r_{t,T})^{12} = \ln(1{,}0037^{12}) = 4{,}45\%$$

$$F_{t,T} = 232{,}94 * \exp(0{,}0445 * (1/12)) = 233{,}80$$

Der arbitragefreie Terminpreis wird häufig mit der *Erwartungshypothese* als für den Verfalltag erwarteter Kassamarktpreis interpretiert[29].

---

[25] Die Handelbarkeit des Basisobjektes hat zur Folge, daß aus dessen Preis die für die Bewertung relevante Risikoprämie gewonnen werden kann.
[26] Als Cost of Carry wird bei den Finanzderivaten (Financial Derivatives) zumeist der risikolose Zinssatz herangezogen, zumal bei diesen Kontrakten die Finanzierungskosten den überwiegenden Anteil der Transportkosten ausmachen. Bei den Warenderivaten (Commodity Derivatives) gilt es auch noch Lager-, Versicherungs- und sonstige Kosten zu berücksichtigen.
[27] Diese Bewertungstheorie basiert auf der Annahme perfekter Kapitalmärkte, derzufolge Leerverkäufe uneingeschränkt möglich sind und über deren Erlöse frei verfügt werden kann, der Soll- gleich dem Habenzins ist und von jeglichen Unvollkommenheiten in Form von Steuern, Gebühren usw. abgesehen wird.
[28] Der Preis der Aktien wurde zur Vereinfachung der Darstellungen durch 100 dividiert.
[29] Dabei gilt es allerdings zu beachten, daß ein derartiger Zusammenhang nur in einer risikoneutralen Ökonomie Gültigkeit besitzt.

Den Wert des Festgeschäftes für verschiedene Terminpreise ($F_{t,T}$) erhält man durch einfache Umstellung von Gleichung (16):

(17) $$MW_t = Preis_t - F_{t,T} * \exp(-CostOfCarry * (T - t))$$

Wird der im vorangegangenen Beispiel bestimmte Terminpreis in diese Gleichung eingesetzt, so ergibt sich ein Wert von null. Bei höheren (niedrigeren) Terminpreisen ist der sich ergebende Wert negativ (positiv).

KENNZAHLEN

- **Implizite Transportkosten (Implied Cost of Carry: CoC)**

Durch Gleichsetzung eines beobachteten Terminpreises ($FP_{t,T}$) mit der Terminpreisfunktion sowie Auflösung der sich ergebenden Gleichung lassen sich die (impliziten) Cost of Carry (CoC) ermitteln:

(18) $$CoC = \frac{\ln\left(\frac{FP_{t,T}}{Preis_t}\right)}{T - t}$$

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**

könnten zwar grundsätzlich bestimmt werden, sie sind aber nicht gebräuchlich

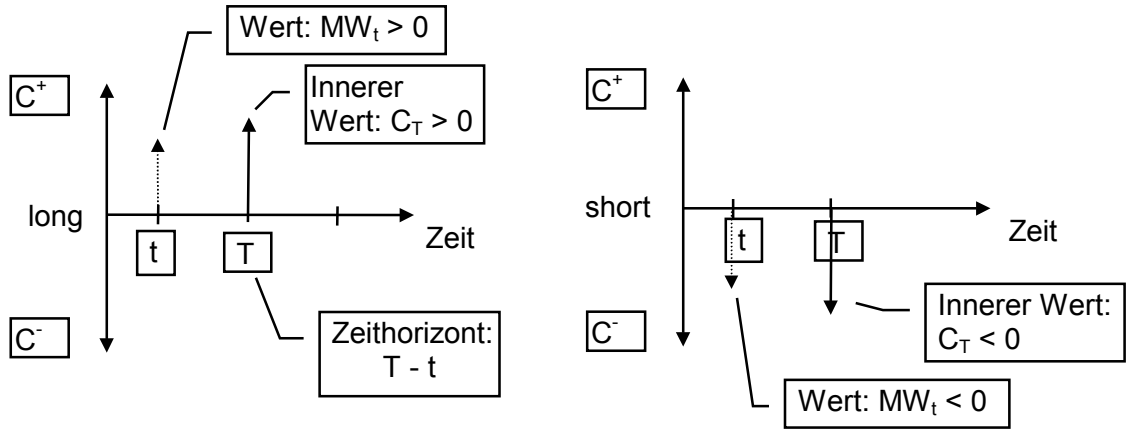
A6) Calls & Puts

DEFINITION

Calls (Kaufoptionen) und *Puts* (Verkaufoptionen) sind Einzeloptionsgeschäfte, welche am Verfalltag[30] (T) zur Lieferung des zugrunde liegenden Basisobjektes und Bezahlung des Terminpreises (F) führen, *wenn* der Optionshalter dies vom Optionsstillhalter verlangt. Beim Call (Put) hat der Optionshalter das Recht[31], das dem Kontrakt zugrunde liegende Basisobjekt zu kaufen (verkaufen).

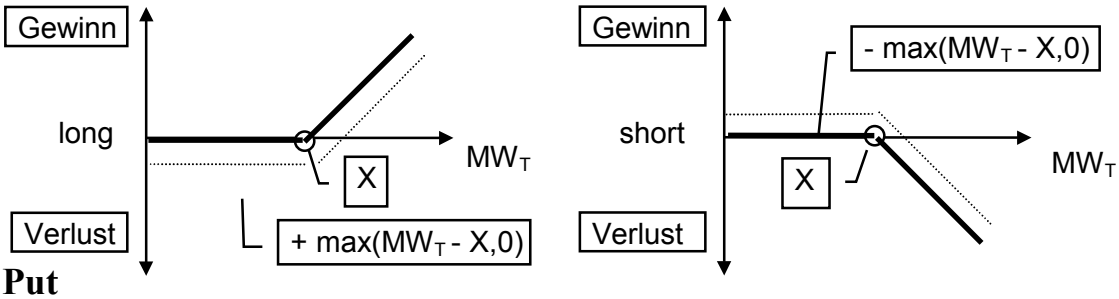
FINANZWIRTSCHAFTLICHE DARSTELLUNGEN

- **CF-Repräsentation**



- **Gewinn/Verlust-Repräsentation**

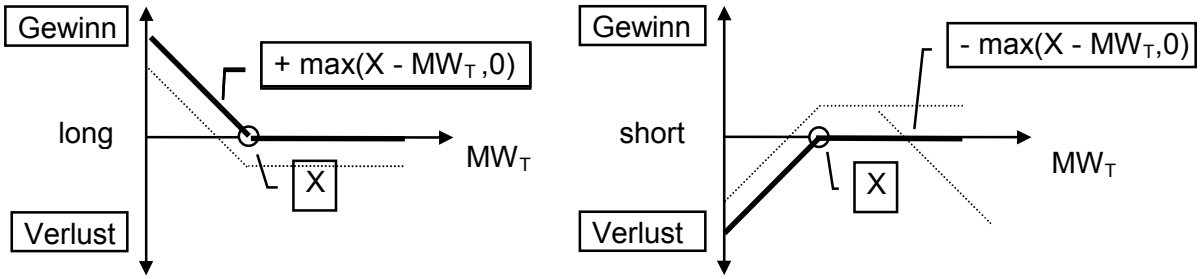
Call



Put

[30] Der Verfalltag wird wie bei den Forwards & Futures der Vereinfachung wegen wiederum mit *T* bezeichnet.

[31] Die Aufspaltung in zwei Kontrakte ist angebracht, da das Gegenstück eines Kauf-/Verkauf-Optionsrechtes nicht ein Verkauf-/Kauf-Optionsrecht sondern eine Stillhalterposition ist.



BEWERTUNG

Die arbitragefreie Bewertung von Optionen auf gehandelte Basisobjekte stellt eine Verallgemeinerung[32] der Cash & Carry-Überlegung dar: Anstelle einer über die Optionslaufzeit konstanten Buy & Hold-Strategie[33] gilt es der im Zeitablauf sich enthüllenden Preisinformationen durch Umschichtungen der Anteile des Duplikationsportfolios Rechnung zu tragen. Durch diese Umschichtungen wird sichergestellt, daß sich am Laufzeitende der Option ein Basisobjekt im Duplikationsportfolio befindet, wenn die Option zur Ausübung kommt und keines, wenn sie unausgeübter verfällt. Die Unsicherheit der Optionsausübung vor dem Verfalltag führt zu zwei zusätzlichen Termen in der Optionspreisfunktion gegenüber der Wertfunktion der Festgeschäfte in Gleichung (17).

Call-Bewertung

Die Marktwertfunktion eines Europäischen[34] Calls auf Basisobjekte ohne Zahlungen bis zum Optionsverfalltag lautet nach Black/Scholes[V]:

$$MW_t = Preis_t * N(d_1) - X * \exp(-r_t(T-t)) * N(d_2)$$

(19) $$d_1 = \frac{\ln\frac{Preis_t}{X} + (r_t + 0{,}5 * \sigma^2)(T-t)}{\sigma * \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{T-t}$$

wobei

[32] Diese ist erforderlich aufgrund der nichtlinearen Auszahlungsfunktion der Optionen am Verfalltag.

[33] Die Cash & Carry-Strategie ist eine Buy & Hold-Strategie, da das Basisobjekt zu Beginn der Laufzeit des Festgeschäftes fremdfinanziert gekauft und bis zum Laufzeitende gehalten wird.

[34] Europäisch hat nichts mit Europa zu tun. Es steht vielmehr für Optionen, welche nur am Verfalltag ausgeübt werden können.

- X für den Auübungspreis,
- r_t für den annualisierten augenblicklichen Zinssatz,
- σ^2 für die annualisierte augenblickliche Renditevarianz[35] des Basisobjektes und
- N(d) für die an der Stelle d ausgewertete (kumulierte) Standard-Normalverteilung

steht.

Beispiel[36]:

Call auf eine Aktie als Basisobjekt

$Preis_t$	…	232,94	
X	…	232,94	(= Call ist am Geld)
σ	…	14,49 %	(= StdAbw(rAkt)*Wurzel(12))
$r_{t,T}$	…	0,37 % p.m	(= E(rBar)).
$r_t = \ln(1+r_{t,T})^{12} = \ln(1{,}0037^{12}) = 4{,}45\%$			
T-t	…	1 Monat	(= 1/12 Jahre)

$$MW_t = 232{,}94 * 0{,}54 - 232{,}94 * \exp(-0{,}0445 * (1/12)) * 0{,}53 = 4{,}33$$

$$d_1 = \frac{\ln\frac{232{,}94}{232{,}94} + (0{,}0445 + 0{,}5 * 0{,}1449^2)(1/12)}{0{,}1449 * \sqrt{1/12}} = 0{,}11$$

$$d_2 = 0{,}11 - 0{,}1449 * \sqrt{1/12} = 0{,}07$$

Put-Bewertung

Die Marktwertfunktion von Europäischen Puts auf Basisobjekte ohne Zahlungen bis zum Optionsverfalltag lautet[37]:

[35] Deren Wurzel ist die Volatilität des Basisobjektes.

[36] Beim Beispiel wird vereinfachenderweise der augenblickliche Zins mit dem 1-Monatszins und die augenblickliche Volatilität mit der 1-Monats-StdAbw(r) gleichgesetzt.

[37] Diese Funktion deckt sich mit der Marktwertfunktion der Calls bis auf die Vorzeichen.

$$MW_t = -Preis_t * N(-d_1) + X * \exp(-r_t(T-t)) * N(-d_2)$$

(20) $$d_1 = \frac{\ln\frac{Preis_t}{X} + (r_t + 0{,}5 * \sigma^2)(T-t)}{\sigma * \sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma * \sqrt{T-t}$$

Ihre Herleitung erfolgt über die Put/Call-Parität[VI], derzufolge ein nach unten abgesichertes Endvermögen im Zeitpunkt T auf zwei verschiedenen Wegen erreicht werden kann:

1. über eine long Position im riskanten Finanzinstrument und eine long Position in einem Europäischen Put mit Ausübungspreis X und Laufzeit T-t bzw.
2. über eine risikolose Position in Höhe des abgezinsten Ausübungspreises und eine long Position in einem Europäischen Call mit Ausübungspreis X und Laufzeit T-t.

Zum Ausschluß von Arbitragemöglichkeiten müssen beide Positionen auch vor dem Verfalltag den gleichen Wert haben:

(21) $$Preis_t + MW_t^{Put} = X * \exp(-r_t * (T-t)) + MW_t^{Call}$$

Durch Auflösung dieser Gleichung nach dem Marktwertwert des Put und Substitution der Call-Wertfunktion ergibt sich Gleichung (20). Mit Hilfe der Put/Call-Parität lassen sich aber auch originäre Positionen als Portfolios von derivativen Positionen interpretieren:

(22) $$Preis_t = X * \exp(-r_t * (T-t)) + MW_t^{Call} - MW_t^{Put}$$

bzw.

(23) $$X * \exp(-r_t * (T-t)) = Preis_t + MW_t^{Put} - MW_t^{Call}$$

KENNZAHLEN

- **Implizite Volatilität (Implied Volatility)**

ergibt sich durch Gleichsetzung des Call-(Put-)Preises mit der Call-(Put-)Marktwertfunktion sowie Auflösung[38] der sich ergebenden Gleichung nach der Volatilität (σ)

- **Partielle Ableitungen (Greeks)**

der Marktwertfunktion von Calls bzw. Puts werden als Greeks bezeichnet.

Nachfolgend werden die Greeks für die Marktwertfunktion der Calls dargestellt; Analoges gilt für die Puts.

Delta
als partielle Ableitung nach dem Preis

(24) $$\frac{\partial MW_t^{Call}}{\partial Preis_t} = N(d_1)$$

Gamma
als zweite partielle Ableitung nach dem Preis

(25) $$\frac{\partial^2 MW_t^{Call}}{\partial Preis_t^2} = \frac{N'(d_1)}{Preis_t * \sigma * \sqrt{T-t}}$$

Rho
als partielle Ableitung nach dem Zinssatz

(26) $$\frac{\partial MW_t^{Call}}{\partial r_t} = X * (T-t) * \exp(-r_t * (T-t)) * N(d_2)$$

[38] Aufgrund der etwas komplexeren Form der Marktwertfunktion der Optionen kann diese allerdings nicht mehr analytisch nach der Volatitlität aufgelöst werden. Die implizite Volatilität läßt sich aber numerisch bestimmt werden.

Theta
als partielle Ableitung nach dem Ausgangszeitpunkt

$$\textbf{(27)}\ \frac{\partial MW_t^{Call}}{\partial t} = \frac{-Preis_t * N'(d_1) * \sigma}{2 * \sqrt{T-t}} - r_t * X * \exp(-r_t * (T-t)) * N(d_2)$$

Vega
als partielle Ableitung nach der Volatilität

$$\textbf{(28)}\quad \frac{\partial MW_t^{Call}}{\partial \sigma} = Preis_t * \sqrt{T-t} * N'(d_1)$$

- **Erfolg- und Risiko-Kennzahlen (Lage- und Streuungsparameter)**
lassen sich zwar wiederum grundsätzlich bestimmen, sind aber nicht gebräuchlich

B) Portfolio-Theorie

Portfolio-Theorie[VII] kann als die

Lehre vom Diversifikationseffekt

verstanden werden. Begründet wurde sie unter der Bezeichnung *Portfolio-Selection* in den 50er Jahren von Markowitz. Diese oft als „Moderne" Portfolio-Theorie bezeichnete Variante stellt die erste statistische Fundierung des Diversifikationsgedankens

Do not put all your eggs in one basket!

dar. Dabei wird die Rendite als eine normalverteilte Zufallsvariable modelliert, deren Lageparameter als erwartete Rendite (*Erfolg*) und deren Streuungsparameter als potentielle positive *sowie* negative Abweichung (*Risiko*[39]) von der erwarteten Rendite interpretiert werden. Der

Diversifikationseffekt

zwischen zwei verschiedenen Finanzinstrumenten („Körben" oder baskets) wird über die *Kovarianz* bzw. die *Korrelation*[40] der gemeinsam normalverteilten Renditen gemessen. Er fällt sozusagen als Beiprodukt bei der Portfoliobildung (Mischung mehrerer Finanzinstrumente bzw. Verteilung auf mehrere Körbe) an und schlägt sich in einer Reduktion des *Portfolio-Risikos* gegenüber der (anteilsgewichteten) Summe der Risiken aller im Portfolio enthaltenen Instrumente (*Durchschnittsrisiko*) nieder.

Unter Berücksichtigung des Diversifikationseffektes liefert die Portfolio-Theorie schließlich auch noch Anhaltspunkte über die Auswahl (Zusammenstellung) optimaler Portfolios: Aus den (erfolgs- bzw. risiko-)dominanten (effizienten) Portfolios wird jenes gewählt, welches das Optimalitätskriterium am besten erfüllt.

---

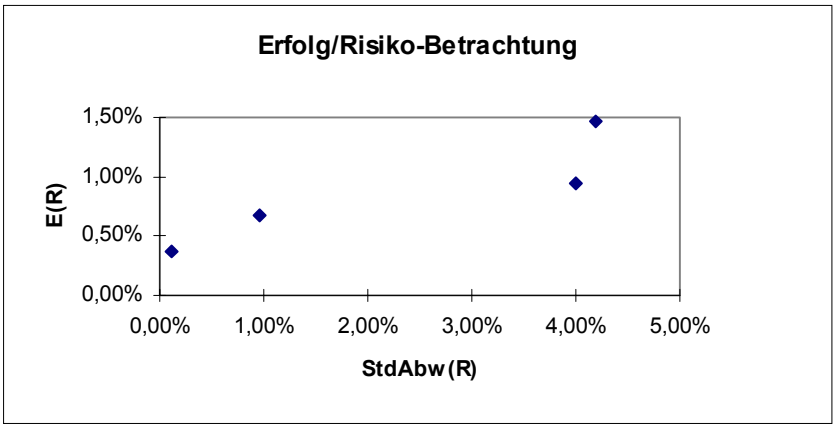
[39] Das Risiko ist demnach ein Maß für die Unsicherheit der Realisation des Erfolges, welcher aufgrund der Normalverteilungsannahme mit gleicher Wahrscheinlichkeit über der erwarteten Rendite wie darunter liegen kann. Umgangssprachlich wird dieses Risiko häufig als *Chancen* (positive Abweichungen) und *Risiken i.e.S.* (negativen Abweichungen) interpretiert.

[40] Die normierte Kovarianz (*Korrelation*) ist auf den Bereich -1 bis +1 begrenzt: Bei +1 schwanken bei exakt in die gleiche Richtung (perfekt positive Korrelation) und bei -1 in die exakt entgegengesetzte Richtung (perfekt negative Korrelation).

Die nachfolgenden Ausführungen beziehen sich auf die vier Finanzinstrumente Aktien, Nichttraditionelle Anlagen, Anleihen und Barmittel. Ihr Rendite-Erfolg (-Risiko) wird anhand der Formeln für die Lage- (E(r)) und Streuungsparameter (StdAbw(r)) berechnet als:

	Aktien	NichtTrad.	Anleihen	Barmittel
E(r)	1,47%	0,95%	0,68%	0,37%
StdAbw(r)	4,18%	4,01%	0,96%	0,11%

	Interpretation als:
E(r)	Erwartungswert[41] der Rendite
StdAbw(r)	Standardabweichung[42] der Rendite
Var(r)	Varianz[43] der Rendite



Der *Portfolio-Erfolg* (E(rPF)) bestimmt sich einfach als Summe der mit den *relativen/prozentuellen Portfolioanteilen*[44] (z.B. aAkt, aNTr, aAnl, aBar bzw. allgemein a_i) gewichteten Erfolge der einzelnen Finanzinstrumente (z.B. E(rAkt), E(rNTr), E(rAnl), E(rBar) bzw. $E(r_i)$):

[41] Der Erwartungswert ist statistisch definiert als Summe aller mit den Wahrscheinlichkeiten (bzw. Dichten bei stetigen Verteilungen) gewichteten Realisationen einer Zufallsvariable.
[42] Die Standardabweichung ist die Wurzel der Varianz.
[43] Die Varianz ist statistisch definiert als Summe aller mit den Wahrscheinlichkeiten (bzw. Dichten) gewichteten quadrierten Abweichungen der Realisationen vom Erwartungswert einer Zufallsvariable.
[44] Die Anteile sind definiert als Preise mal gehaltene Stücke jeweils dividiert durch den Gesamtwert des Portfolios. Sie sind positiv (negativ) für long (short) Positionen. Die Summe aller Anteile ergibt 1 (-1) für Investitionsportfolios (Finanzierungsportfolios). und 0 für Arbitrageportfolios. Sind short Positionen ausgeschlossen, so liegen alle Anteile zwischen null und eins und die Summe der Anteile ist gleich 1.

$$
\begin{aligned}
E(rPF) &= aAkt * E(rAkt) + aNTr * E(rNTr) + \\
&\quad + aAnl * E(rAnl) + aBar * E(rBar) \\
&= \sum_{i=1}^{4} a_i * E(r_i)
\end{aligned}
\tag{29}
$$

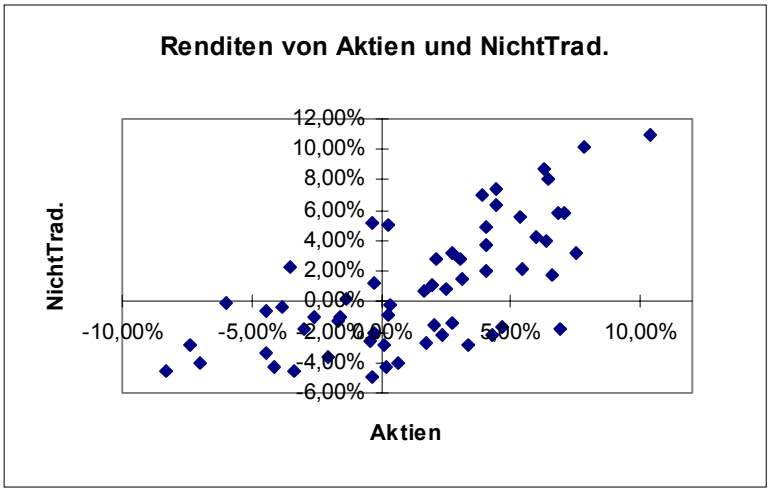
B1) Diversifikationseffekt

Der *Korrelationskoeffizient* (z.B. Korrel(rAkt,rNTr) ist eine Kennzahl, welche den statistischen Zusammenhang zweier Zufallsvariablen angibt. Er berechnet sich durch Division (Normierung) der Kovarianz (z.B. Kovar(rAkt,rNTr) der Renditen zweier Wertpapiere (z.B. rAkt und rNTr) durch das Produkt derer Streuungsparameter (z.B. StdAbw(rAkt) und StdAbw(rNTr)):

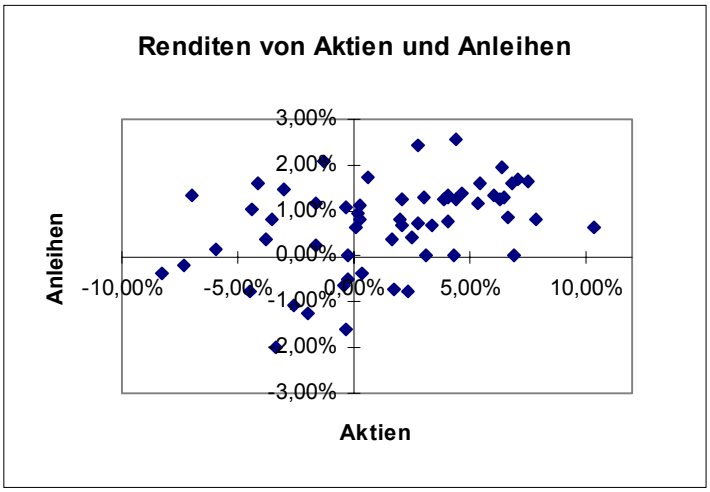
(30) $$Korrel(rAkt, rNTr) = \frac{Kovar(rAkt, rNTr)}{StdAbw(rAkt) * StdAbw(rNTr)}$$

Beispiel:

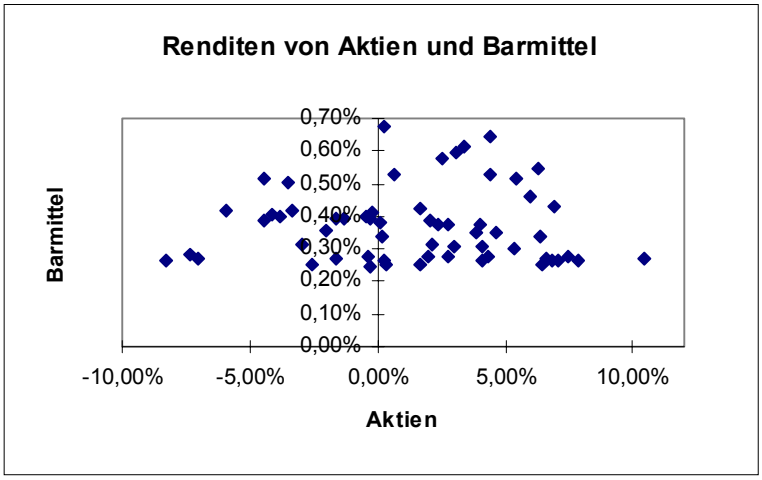
$Korrel(rAkt, rNTr) = 0{,}68$



$Korrel(rAkt, rAnl) = 0{,}39$



$$Korrel(rAkt, rBar) = -0{,}01$$



Ein Diversifikationseffekt **liegt vor, wenn** der Korrelationskoeffizient kleiner +1 ist[45]:

(31) *Korrelationskoeffizient* < +1

Die statistische Begründung wird anhand des Aktien/Anleihen-Portfolios am Ende dieses Abschnitts veranschaulicht.

Bevor darauf eingegangen wird erscheint allerdings eine wichtige gedankliche Vorarbeit angebracht: Die Bestimmung des Portfolio-Risikos erfordert nämlich einen gedanklichen Sprung in eine „neue Dimension": die Dimension der Varianzen und Kovarianzen, welche sich mit Hilfe der (Varianz/)Kovarianz-Matrix[46] veranschaulichen läßt.

Beispiel:

Var(rAkt)	Kovar(rAkt,rNTr)	Kovar(rAkt,rAnl)	Kovar(rAkt,rBar)
Kovar(rNTr,rAkt)	Var(rNTr)	Kovar(rNTr,rAnl)	Kovar(rNTr,rBar)
Kovar(rAnl,rAkt)	Kovar(rAnl,rNtr)	Var(rAnl)	Kovar(rAnl,rBar)
Kovar(rBar,rAkt)	Kovar(rBar,rNTr)	Kovar(rBar,rAnl)	Var(rBar)

[45] D.h., wannimmer zwei Finanzinstrumente nicht perfekt positiv korrelieren, liegt das durch Zusammenfügung dieser beiden Instrumente in einem Portfolio resultierende Portfolio-Risiko unter dem Durchschnittsrisiko.

[46] Die Kovarianz-Matrix enthält als Diagonalelemente die Varianzen der Finanzinstrumente. Auf den Nicht-Diagonalelementen sind die entsprechenden Kovarianzen symmetrisch angeordnet.

0,00174989	0,00113839	0,00015724	-5,1642E-07
0,00113839	0,00160746	0,00018832	-1,9364E-06
0,00015724	0,00018832	9,2809E-05	1,6204E-06
-5,1642E-07	-1,9364E-06	1,6204E-06	1,2351E-06

Information zum Arbeitsblatt: Statistik

Verwendete MS-Excel-Funktionen:	zur Berechnung von:	
KORREL(Zellbereich)	…	Korrel(rAkt,rNTr) Korrel(rAkt,rAnl) etc.
KOVAR(Zellbereich)[47]	…	Kovar(rAkt,rNTr) etc.

Die analog aufgebaute Korrelationen-Matrix enthält die entsprechenden Korrelationskoeffizienten, welcher leichter zu interpretieren sind.

Beispiel:

1	0,68	0,39	-0,01
0,68	1	0,49	-0,04
0,39	0,49	1	0,15
-0,01	-0,04	0,15	1

Die Korrelationen zu den Barmitteln (letzte Spalte und letzte Zeile) sind annähernd null. Werden alle Werte auf null gesetzt, dann handelt es sich bei den Barmittel um eine (auch statistisch gesehen) *risikolose Veranlagung*. Bei den weiteren Berechnungen wird davon ausgegangen, sodaß ihnen die nachfolgende Kovarianz- sowie Korrelationen-Matrix zugrunde liegt.

0,00174989	0,00113839	0,00015724	0
0,00113839	0,00160746	0,00018832	0
0,00015724	0,00018832	9,2809E-05	0
0	0	0	0

[47] Die Kovarianz ist die eigentlich zentrale Berechnungsgröße. Sie wird auch zur Berechnung des Korrelationskoeffizienten erforderlich (siehe Gleichung (30)).

1	0,68	0,39	0
0,68	1	0,49	0
0,39	0,49	1	0
0	0	0	0

Mit Hilfe einer „erweiterten" Kovarianz-Matrix läßt sich die Berechnung des Portfolio-Risikos visualisieren. Die Erweiterung der Kovarianz-Matrix besteht in einer Hinzufügung einer Hilfszeile sowie einer Hilfsspalte, deren Elemente die relativen/prozentuellen Portfolioanteile (z.B. aAkt, aNTr, aAnl und aBar) der im Portfolio enthaltenen Finanzinstrumente beinhalten.

Beispiel:

	aAkt	**aNTr**	**aAnl**	**aBar**
aAkt	Var(rAkt)	Kovar(rAkt,rNTr)	Kovar(rAkt,rAnl)	Kovar(rAkt,rBar)
aNTr	Kovar(rNTr,rAkt)	Var(rNTr)	Kovar(rNTr,rAnl)	Kovar(rNTr,rBar)
aAnl	Kovar(rAnl,rAkt)	Kovar(rAnl,rNtr)	Var(rAnl)	Kovar(rAnl,rBar)
aBar	Kovar(rBar,rAkt)	Kovar(rBar,rNTr)	Kovar(rBar,rAnl)	Var(rBar)

Das *Portfolio-Risiko* (StdAbw(rPF)) ist die Wurzel der Summe *aller Elemente* der Kovarianz-Matrix, welche mit den in der Hilfsspalte *sowie* Hilfszeile angegebenen Portfolioanteilen gewichtet sind. Formal ausgedrückt bedeutet dies:

(32) $$StdAbw(rPF) = \sqrt{Var(r(PF))} = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} a_i a_j Kovar(r_{i,j})}$$

wobei a_1, a_2, a_3, a_4 für aAkt, aNTr, aAnl, aBar stehen, Kovar($r_{i,j}$) für die entsprechenden Elemente der Kovarianz-Matrix und Var($r_{i,i}$) als Kovar($r_{i,i}$) zu sehen ist.

Das *Durchschnittsrisiko* berechnet sich hingegen als Summe der Wurzeln *aller Diagonalelemente* der Kovarianz-Matrix, welche mit den Portfolioanteilen der Hilfsspalte (oder der Hilfszeile) gewichtet sind:

(33) $$\begin{aligned} DR(rPF) = {} & aAkt * StdAbw(rAkt) + aNTr * StdAbw(rNTr) + \\ & + aAnl * StdAbw(rAnl) + aBar * StdAbw(rBar) \end{aligned}$$

Es ist wichtig anzumerken, daß beim Durchschnittsrisiko die Nicht-Diagonalelemente keinesfalls unterschlagen (nullgesetzt) werden, auch wenn es auf den 1. Blick so erscheinen mag. Sogar das Gegenteil ist der Fall! In die Berechnung des Durchschnittsrisikos gehen die maximal möglichen Kovarianzen, welche sich durch eine perfekte Korrelation auszeichnen, ein.

Dies wird ersichtlich, wenn man das Durchschnittsrisiko quadriert, d.h. $DR(rPF)^2$ betrachtet. Der Einfachheit halber sei ein nur aus Aktien und Nichttraditionellen Anlagen bestehendes Portfolio betrachtet:

(34)
$$\begin{aligned} DR(rPF)^2 &= (aAkt * StdAbw(rAkt) + aNTr * StdAbw(rNTr))^2 \\ &= aAkt^2 * Var(rAkt) + aNTr^2 * Var(rNTr) + \\ &\quad + 2 * aAkt * aNTr * StdAbw(rAkt) * StdAbw(rNTr) * 1 \end{aligned}$$

Der letzte Ausdruck entspricht der Kovarianz zwischen den Renditen der Aktien und der Nichttraditionellen Anlagen bei perfekt positiver Korrelation, zumal er sich unter Verwendung von Gleichung (30) auch darstellen läßt als:

(35)
$$\begin{aligned} &StdAbw(rAkt) * StdAbw(rNTr) * 1 = Kovar(rAkt, rNTr) \\ &Korrel(aAkt, rNTr) = 1 \end{aligned}$$

Somit ist ersichtlich, daß das Portfolio-Risiko unter dem Durchschnittsrisiko liegt, wenn der Korrelationskoeffizient kleiner +1 ist. Der über die Differenz der beiden Risiken gemessene Diversifikationseffekt ist dann positiv:

(36) $$Diversifikationseffekt = DR - StdAbw(rPF) > 0$$

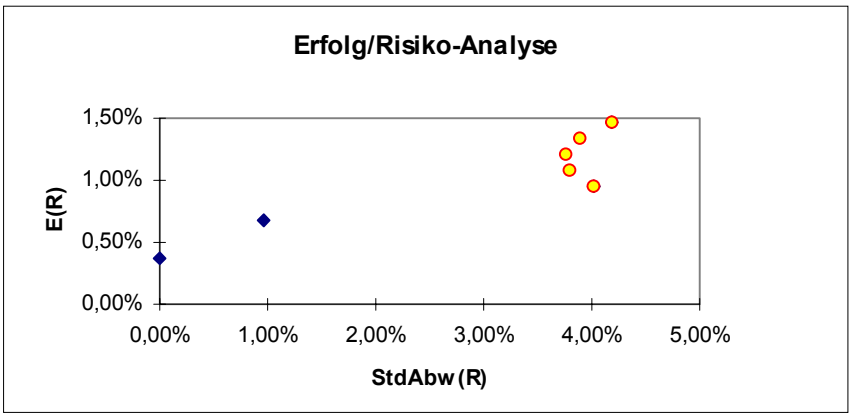
B2) Portfolios aus Aktien und NichtTrad. Anlagen

Die nachfolgenden Berechnungen des Portfolio-Erfolgs (E(rPF)) sowie Portfolio-Risikos (StdAbw(rPF)) beruhen auf den Gleichungen (29) und (32).

AKTIVA-PORTFOLIO

Kennzeichen: nur long Positionen[48]

StdAbw(rPF)	4,18%	4,01%	3,75%	3,89%	3,80%
E(rPF)	1,47%	0,95%	1,21%	1,34%	1,08%
aAkt	100,00%	0,00%	50,00%	75,00%	25,00%
aNTr	0,00%	100,00%	50,00%	25,00%	75,00%
aAnl	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

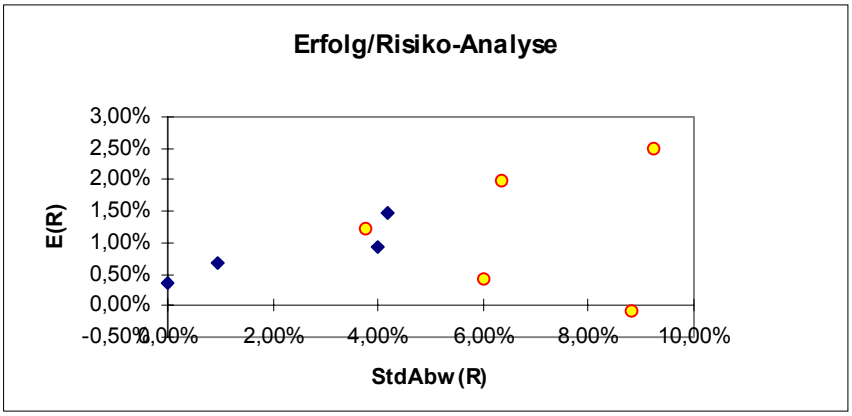


(GEHEBELTES) AKTIV/PASSIV-PORTFOLIO

Kennzeichen: auch short Positionen

StdAbw(rPF)	6,37%	9,23%	3,75%	6,02%	8,84%
E(rPF)	1,99%	2,51%	1,21%	0,43%	-0,09%
aAkt	200,00%	300,00%	50,00%	-100,00%	-200,00%
aNTr	-100,00%	-200,00%	50,00%	200,00%	300,00%
aAnl	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

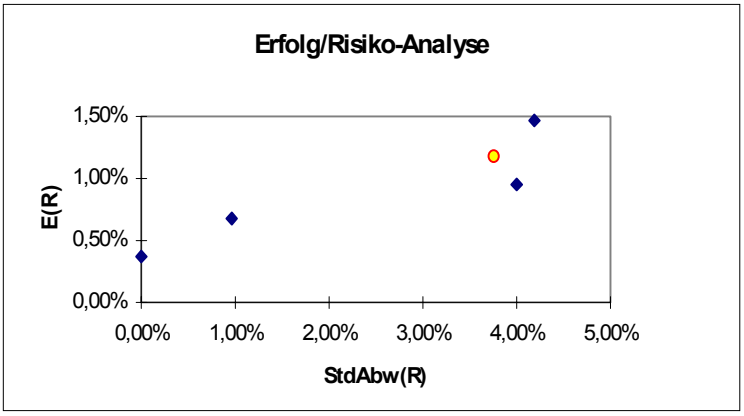
[48] Portfolios aus Aktien und NichtTrad.Anlagen wurden als Beispiel gewählt, da bei ihnen aufgrund der herrschenden Parameterkonstellationen der Diversifikationseffekt in Form einer klar ausgeprägten Krümmung visuell besonders klar zu sehen ist.



RISIKOMINIMALES PORTFOLIO

Kennzeichen: StdAbw(r(PF)) ist minimiert

StdAbw(rPF)	3,75%
E(rPF)	1,17%
aAkt	43,41%
aNTr	56,59%
aAnl	0,00%
aBar	0,00%
aPF	100,00%



Information zum Arbeitsblatt: Portfolio

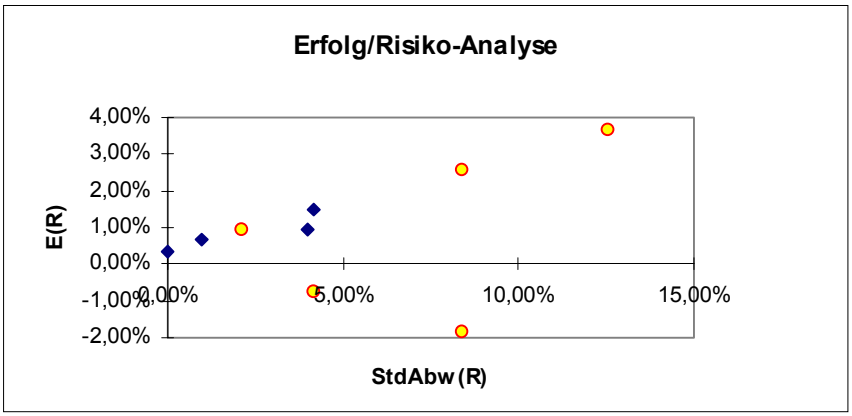
Verwendetes MS-Excel-Tool:		zur Berechnung von:
Solver	…	minimale StdAbw(rPF)
Min	…	aStdAbw
veränderbare Zellen	…	aAnteile
Nebenbedingungen	…	aPF=1 (Investitionsportfolio)
		aAnl = 0
		aBar = 0
		(aAnteile ≥ 0)

B3) Portfolios aus Barmittel und Aktien

ANNAHME[VIII]: BARMITTEL SIND RISIKOLOS

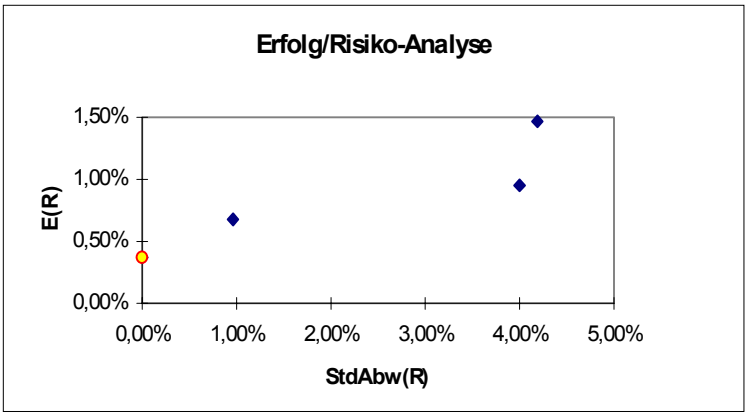
Kennzeichen: linearer Erfolg/Risiko-Trade Off

StdAbw(rPF)	8,37%	12,55%	2,09%	4,18%	8,37%
E(rPF)	2,56%	3,65%	0,92%	-0,72%	-1,81%
aAkt	200,00%	300,00%	50,00%	-100,00%	-200,00%
aNTr	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aAnl	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aBar	-100,00%	-200,00%	50,00%	200,00%	300,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



RISIKOMINIMALES PORTFOLIO

StdAbw(rPF)	0,00%
E(rPF)	0,37%
aAkt	0,00%
aNTr	0,00%
aAnl	0,00%
aBar	100,00%
aPF	100,00%

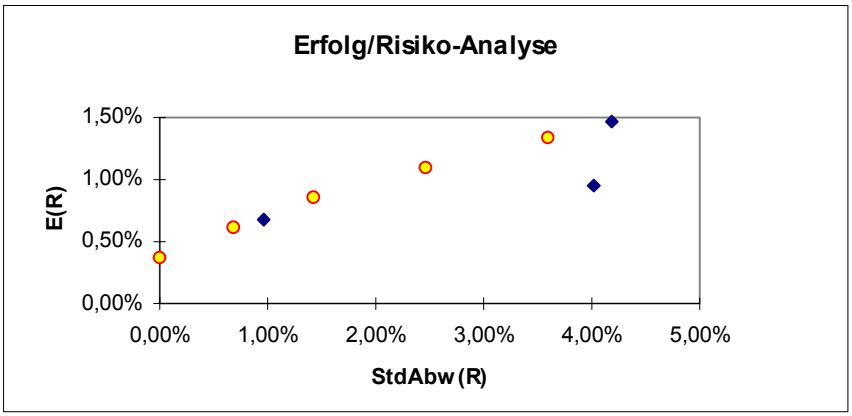


B4) Effiziente Portfolios

EFFIZIENTE LINIE

Kennzeichen: minimale StdAbw(rPF) bei gegebener E(rPF)[49]
ohne short Positionen
sind Nichtraditionellen Anlagen überflüssig?

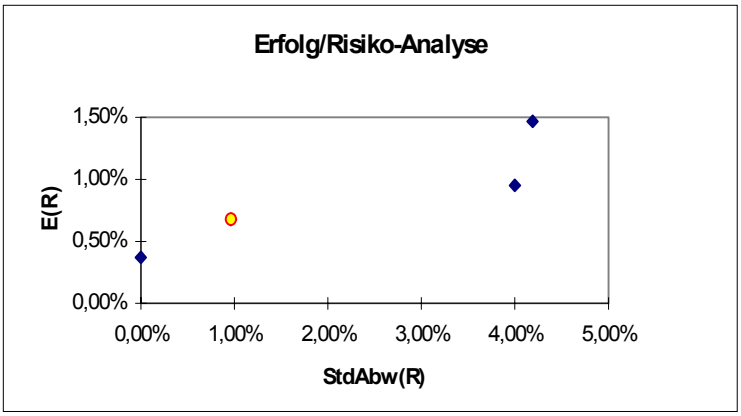
StdAbw(rPF)	0,00%	0,69%	1,42%	2,46%	3,60%
E(rPF)	0,37%	0,61%	0,86%	1,10%	1,34%
aAkt	0,00%	7,70%	22,95%	53,77%	84,59%
aNTr	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aAnl	0,00%	52,06%	77,05%	46,23%	15,41%
aBar	100,00%	40,24%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



RISIKOMINIMALES PORTFOLIO

Kennzeichen: fällt zufällig mit Anleihen (Anl) zusammen

StdAbw(rPF)	0,96%
E(rPF)	0,68%
aAkt	0,00%
aNTr	0,00%
aAnl	100,00%
aBar	0,00%
aPF	100,00%

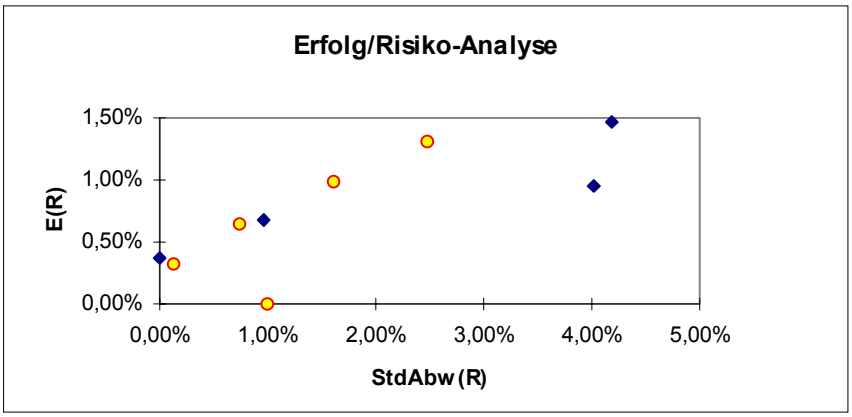


[49] Diese E(rPF)-StdAbw(rPF)-Effizienz bezieht sich auf Renditen und ist nicht mit der Bewertungseffizienz, welche sich auf Preise bezieht, zu verwechseln.

„UMHÜLLENDE" LINIE

Kennzeichen: mit short Positionen

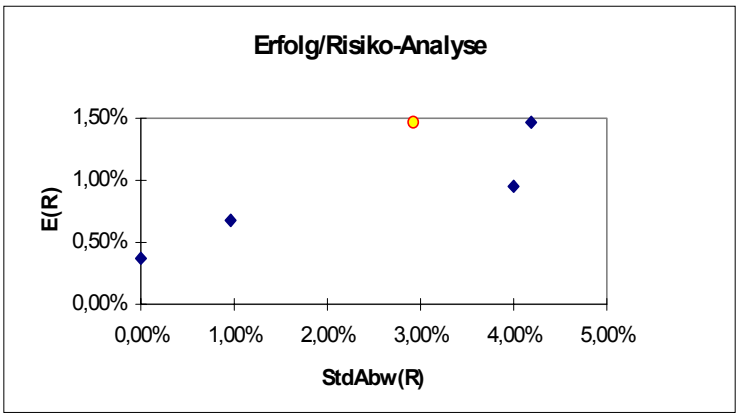
StdAbw(rPF)	0,99%	0,12%	0,75%	1,62%	2,49%
E(rPF)	0,00%	0,33%	0,65%	0,98%	1,30%
aAkt	-17,26%	-2,15%	12,97%	28,08%	43,19%
aNTr	12,53%	1,56%	-9,41%	-20,38%	-31,35%
aAnl	-83,61%	-10,40%	62,80%	136,00%	209,21%
aBar	188,34%	110,99%	33,64%	-43,70%	-121,05%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



RISIKOGÜNSTIGERES (?) DUPLIZIEREN (CLONEN)

Kennzeichen: geringeres Risiko bei gleichem Erfolg

StdAbw(rPF)	2,92%
E(rPF)	1,47%
aAkt	50,75%
aNTr	-36,84%
aAnl	245,81%
aBar	-159,72%
aPF	100,00%



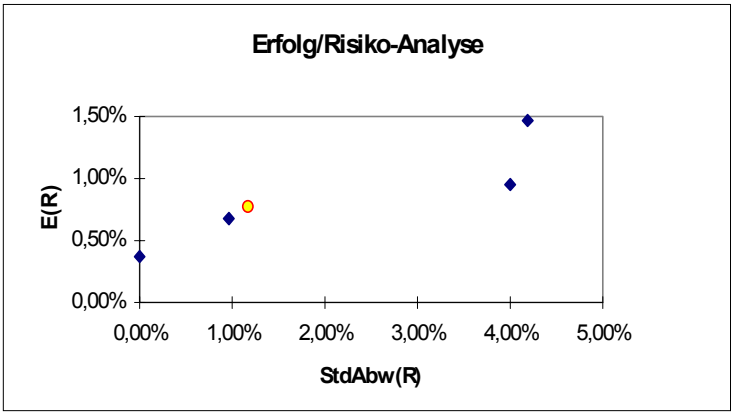
B5) Tangential- und Misch-Portfolios

TANGENTIAL-PORTFOLIO

Kennzeichen: maximaler Anstieg

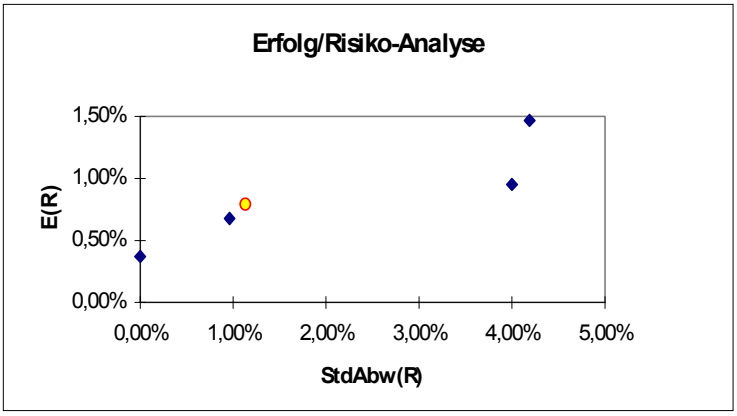
(37) $$aAnstieg = \frac{E(rPF) - E(rBar)}{StdAbw(rPF)}$$

StdAbw(rPF)	1,16%
E(rPF)	0,78%
aAkt	12,89%
aNTr	0,00%
aAnl	87,11%
aBar	0,00%
aPF	100,00%



$$aAnstieg = 0{,}35$$

StdAbw(rPF)	1,13%
E(rPF)	0,79%
aAkt	19,54%
aNTr	-14,18%
aAnl	94,64%
aBar	0,00%
aPF	100,00%



$$aAnstieg = 0{,}37$$

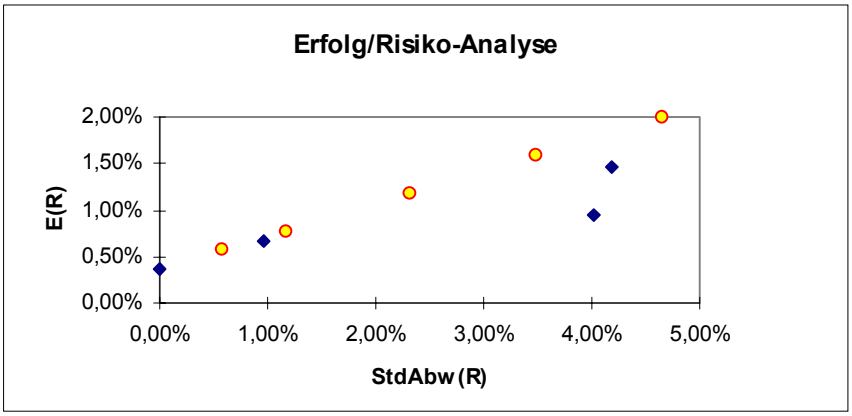
Information zum Arbeitsblatt: Portfolio

Verwendetes MS-Excel-Tool:		zur Berechnung von:
Solver	…	maximale aAnstieg
Max	…	aAnstieg
veränderbare Zellen	…	aAnteile
Nebenbedingungen	…	aPF=1
		aBar = 0
		(aAnteile ≥ 0)

MISCH-PORTFOLIO

Kennzeichen: Mischung zwischen Barmittel und Tangentialportfolio
linearer Erfolg/Risiko-Trade Off (Tobin-Separation)

StdAbw(rPF)	1,16%	0,58%	2,32%	3,48%	4,64%
E(rPF)	0,78%	0,58%	1,19%	1,59%	2,00%
aAkt	12,89%	6,45%	25,78%	38,67%	51,56%
aNTr	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aAnl	87,11%	43,55%	174,22%	261,33%	348,44%
aBar	0,00%	50,00%	-100,00%	-200,00%	-300,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



B6) Optimale Portfolios

EFFIZIENTE PORTFOLIOS

Kennzeichen: ohne short Positionen
mit Barmittel

Portfolio #	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
StdAbw(rPF)	0,00%	0,35%	0,69%	1,04%	1,42%	1,92%	2,46%	3,02%	3,60%	4,18%
E(rPF)	0,37%	0,49%	0,61%	0,74%	0,86%	0,98%	1,10%	1,22%	1,34%	1,47%
aAkt	0,0%	3,9%	7,7%	11,6%	23,0%	38,4%	53,8%	69,2%	84,6%	100,0%
aNTr	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
aAnl	0,0%	26,0%	52,1%	78,1%	77,0%	61,6%	46,2%	30,8%	15,4%	0,0%
aBar	100,0%	70,1%	40,2%	10,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
aPF	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

ERWARTUNGSNUTZEN-OPTIMIERUNG

Die Bestimmung des optimalen unter allen effizienten Portfolios erfordert ein Kriterium, welches den individuellen Erfolg/Risiko-Trade Off des Entscheiders operationalisiert. Als solches wird häufig der auf die Renditen (r) bezogene *Erwartungsnutzen* (E(u(r)) in Verbindung mit einer *quadratischen Nutzenfunktion*

(38) $Nutzen(r) = a * r - b * r^2$

herangezogen, wobei b der *individuelle Risikoparameter* ist. Mit diesem Ansatz läßt sich das Entscheidungskriterium darstellen als:

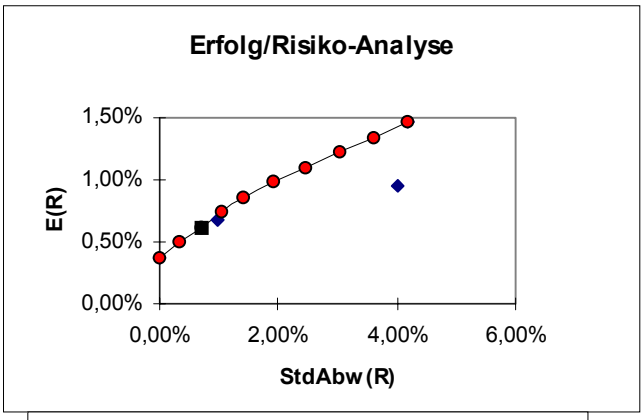
(39) $E(u(r)) = E(Nutzen(r)) = a * E(r) - b * (Var(r) + E(r)^2)$

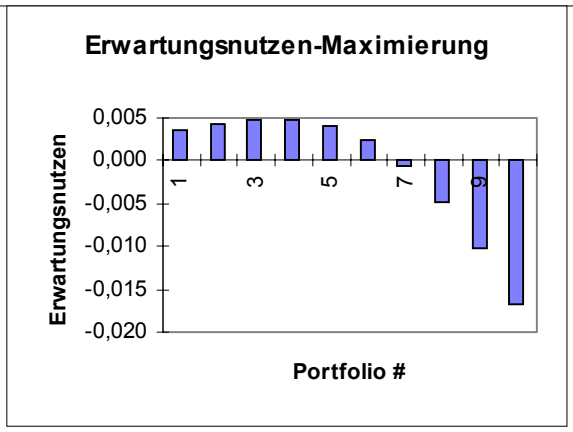
Nachfolgend werden drei verschiedene individuelle Risikoparamter (b) gewählt, welche einen *defensiven*, *offensiven* und *aggressiven Investor* (Entscheider) modellieren sollen.

DEFENSIVER INVESTOR

Kennzeichen: b = 16

optimales PF	
a-NutzenPar.	1
b-NutzenPar.	16
Portfolio #	3
StdAbw(rPF)	0,69%
E(rPF)	0,61%
aAkt	7,70%
aNTr	0,00%
aAnl	52,06%
aBar	40,24%

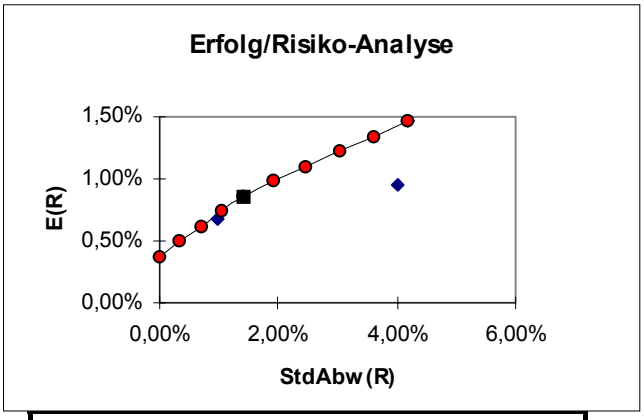




OFFENSIVER INVESTOR

Kennzeichen: b = 8

optimales PF	
a-NutzenPar.	1
b-NutzenPar.	8
Portfolio #	5
StdAbw(rPF)	1,42%
E(rPF)	0,86%
aAkt	22,95%
aNTr	0,00%
aAnl	77,05%
aBar	0,00%

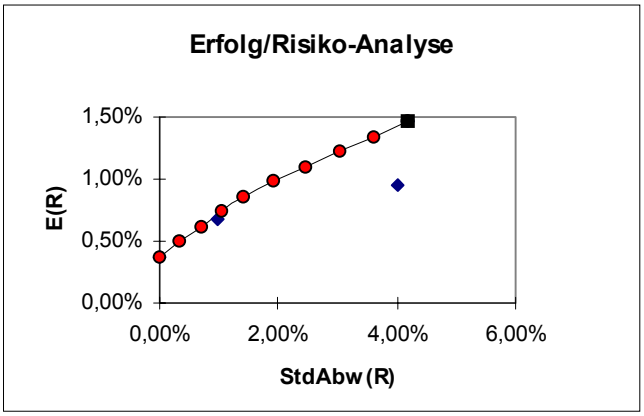


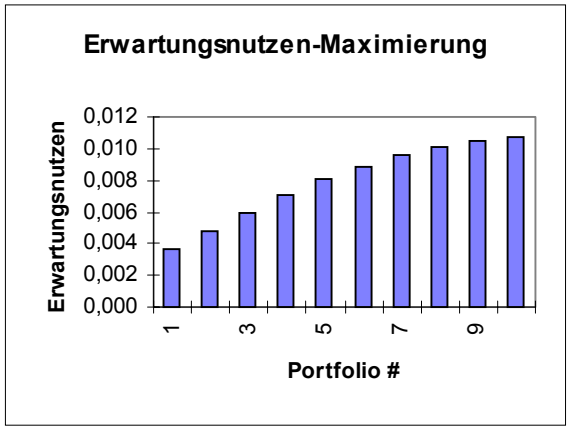
optimales PF	
a-NutzenPar.	1
b-NutzenPar.	8
Portfolio #	5
StdAbw(rPF)	1,42%
E(rPF)	0,86%
aAkt	22,95%
aNTr	0,00%
aAnl	77,05%
aBar	0,00%

AGGRESSIVER INVESTOR

Kennzeichen: b = 2

optimales PF	
a-NutzenPar.	1
b-NutzenPar.	2
Portfolio #	10
StdAbw(rPF)	4,18%
E(rPF)	1,47%
aAkt	100,00%
aNTr	0,00%
aAnl	0,00%
aBar	0,00%




Erwartungsnutzen-Maximierung
Erwartungsnutzen
0,012
0,010
0,008
0,006
0,004
0,002
0,000
1
3
5
7
9
Portfolio #

B7) Portfolio-Immunisierung mit Futures & Forwards

Kennzeichen der Immunisierung[50] ist, daß der zukünftige Wert des Portfolios eine konstante Größe darstellt, sodaß sowohl jegliches Verlust- als auch Gewinnpotential eliminiert werden.

IMMUNISIERUNG MIT FUTURES

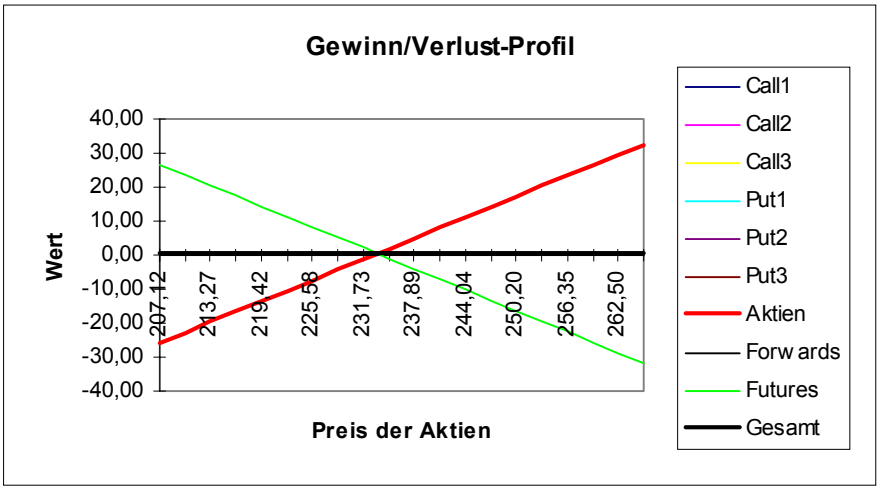
Futures-Preis = arbitragefreier Terminpreis[51]

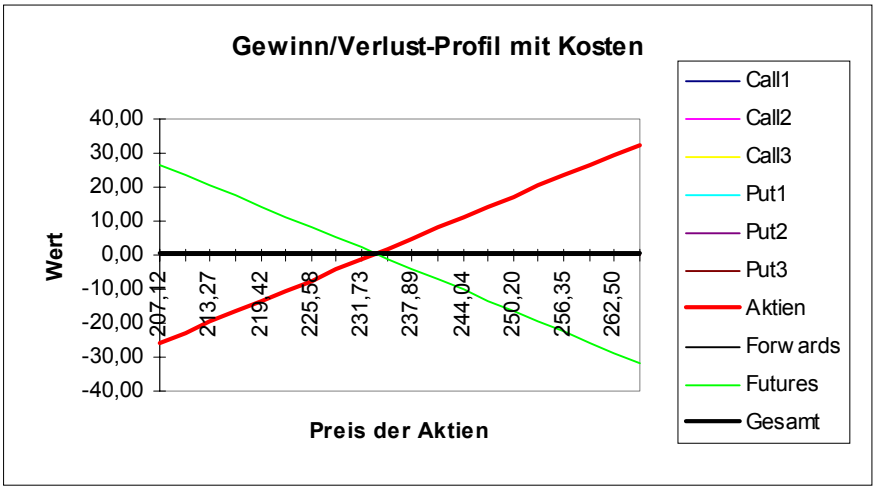
Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	0	233,80	0,00	0,00	0,00
Futures	-1	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		0,00	0,00

Zeithorizont	T-t in Jahren
Ausüb./F-Pr.	Ausübungspreis (X) bei den Optionen bzw. Terminpreis (F) bei den Forwards/Futures
RLZeitT	verbleibende Restlaufzeit der Termingeschäfte in T
PrämieT	Wert der Termingeschäfte in T
Prämiet	Wert der Termingeschäfte in t

[50] Der Immunisierung und der nachfolgenden Versicherung liegen Stücke anstelle von Portfolioanteilen zugrunde.

[51] Durch das Daily Settlement der Futures ist bei diesen Kontrakten diese Bedingung täglich erfüllt. Es werden keine unterschiedlichen Futures-Preise auf das gleiche Basisobjekt bei gleicher Laufzeit gehandelt. Im Beispiel ergibt sich ein kleiner (kaum sichtbarer) Gewinn relativ zum Kassapreis, da immer nur der Futures-Preis abgesichert werden kann.

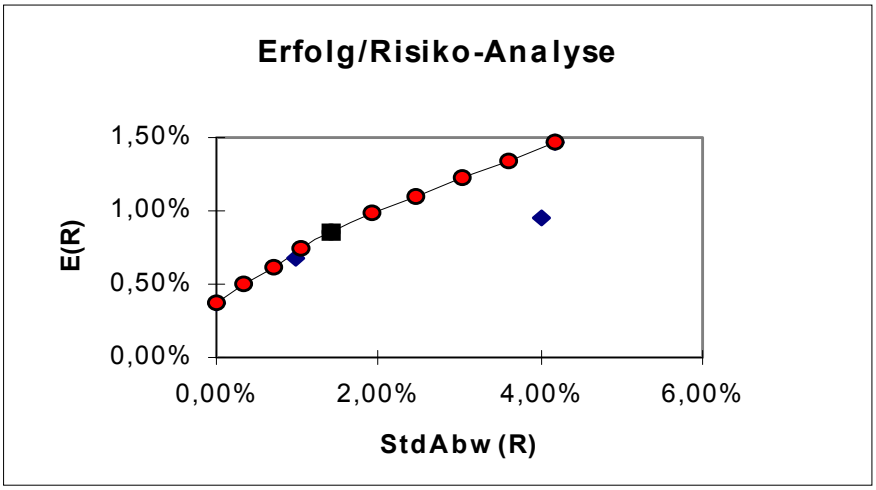




IMMUNISIERUNG MIT FORWARDS

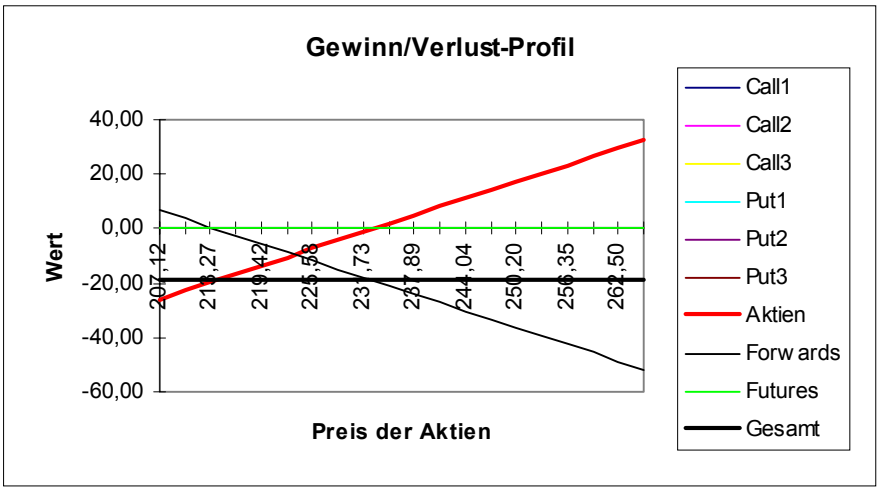
Am Geld: Forward-Preis = arbitragefreier Terminpreis

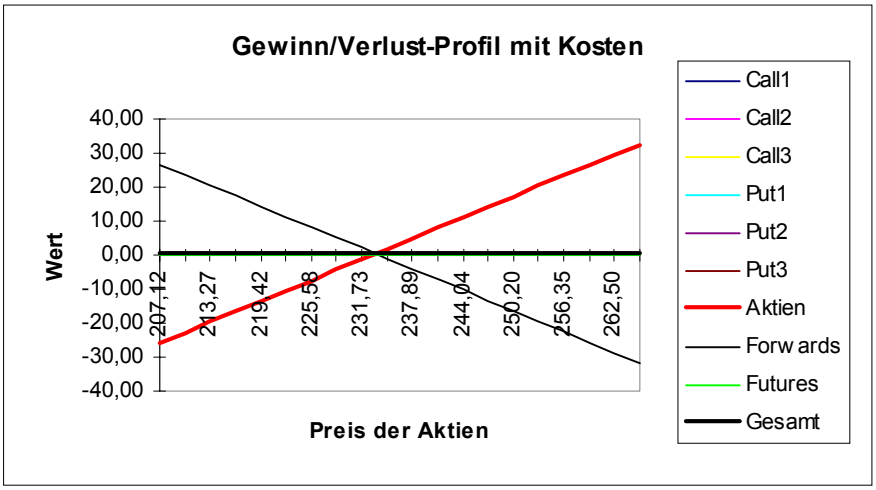
Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	-1	233,80	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		0,00	0,00



Im Geld: Forward-Preis < arbitragefreier Terminpreis

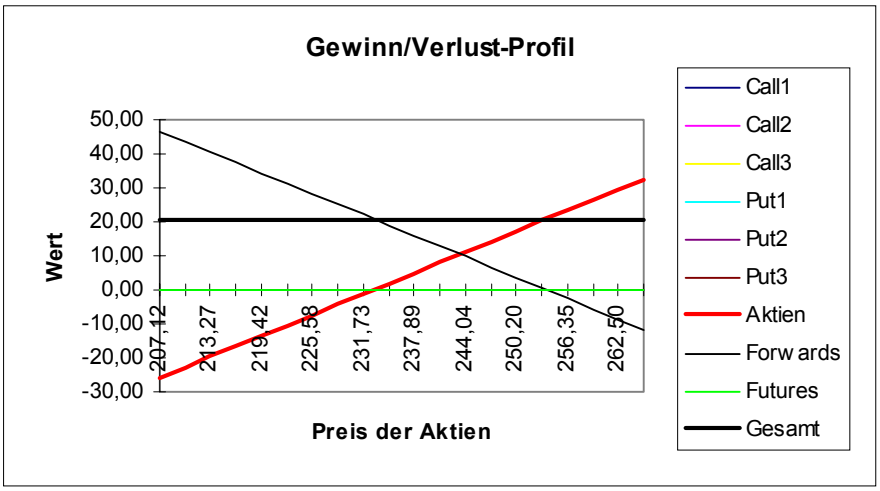
Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	-1	213,80	0,00	20,00	19,93
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		0,00	0,00

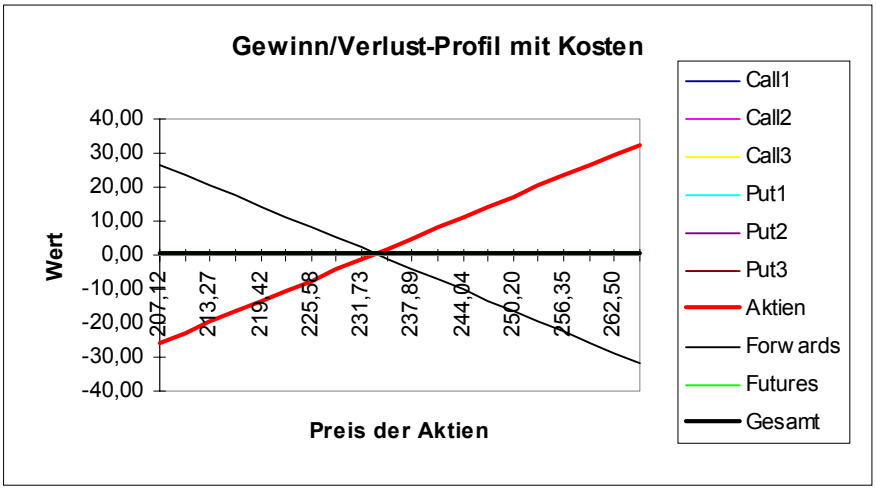




Aus dem Geld: Forward-Preis > arbitragefreier Terminpreis

Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	-1	253,80	0,00	-20,00	-19,92
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		0,00	0,00




Gewinn/Verlust-Profil mit Kosten
40,00
30,00
20,00
10,00
0,00
-10,00
-20,00
-30,00
-40,00
Wert
207,12
213,27
219,42
225,58
231,73
237,89
244,04
250,20
256,35
262,50
Preis der Aktien
Call1
Call2
Call3
Put1
Put2
Put3
Aktien
Forwards
Futures
Gesamt

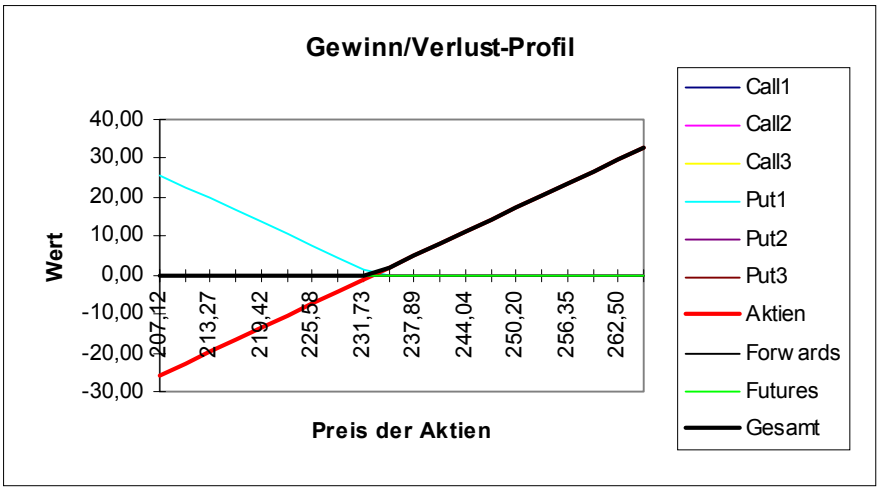
B8) Portfolio-Versicherung mit Puts

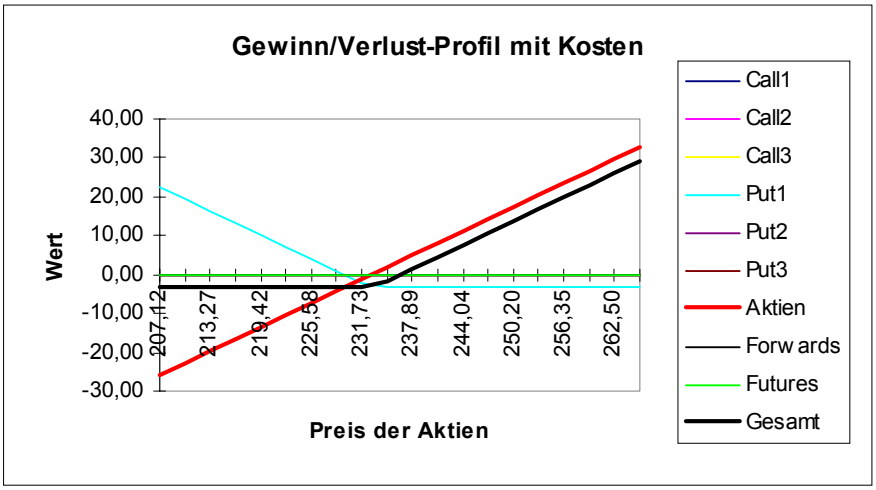
Kennzeichen der Portfolio-Versicherung ist die Beschränkung des Verlustpotentials von Portfolios bei teilweiser Aufrechterhaltung des Gewinnpotentials.

PROTECTIVE PUT

Am Geld: Ausübungspreis = (aktueller) Preis des Basisobjektes

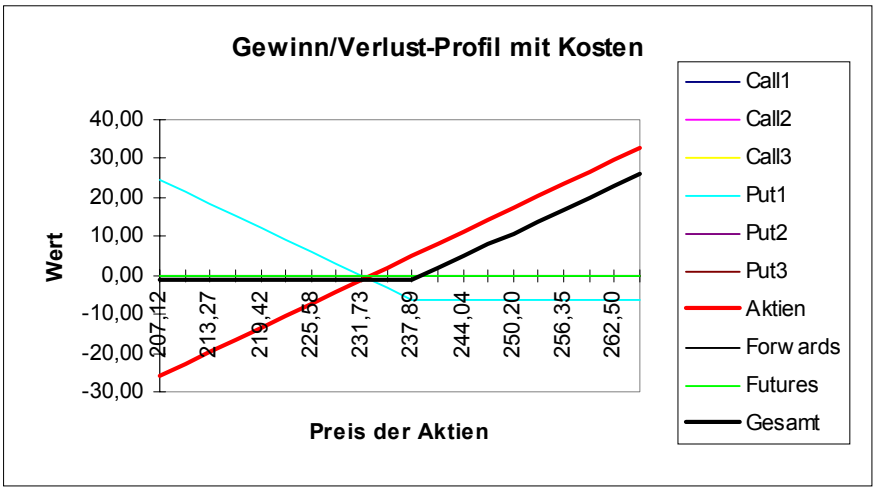
Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	1	232,94	0,00	-3,48	-3,47
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-3,48	-3,47





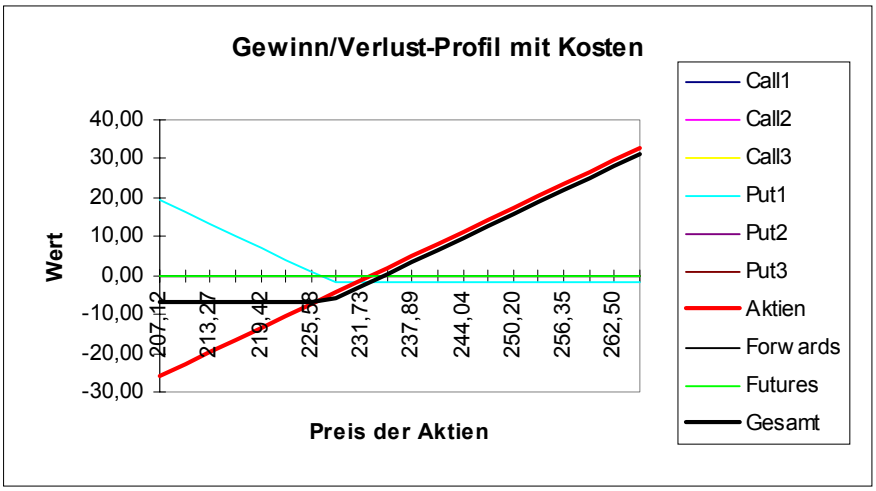
Im Geld: Ausübungspreis > (aktueller) Preis des Basisobjektes

Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	1	237,94	0,00	-6,35	-6,32
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-6,35	-6,32



Aus dem Geld: Ausübungspreis < (aktueller) Preis des Basisobjektes

Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	1	227,94	0,00	-1,61	-1,60
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	1				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-1,61	-1,60

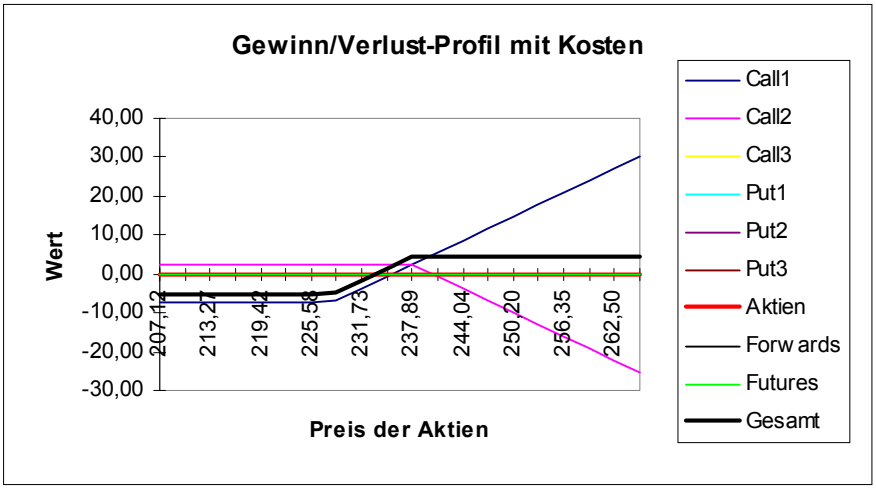


B9) Optionsstrategien

BULL SPREAD

Zeithorizont	0,08

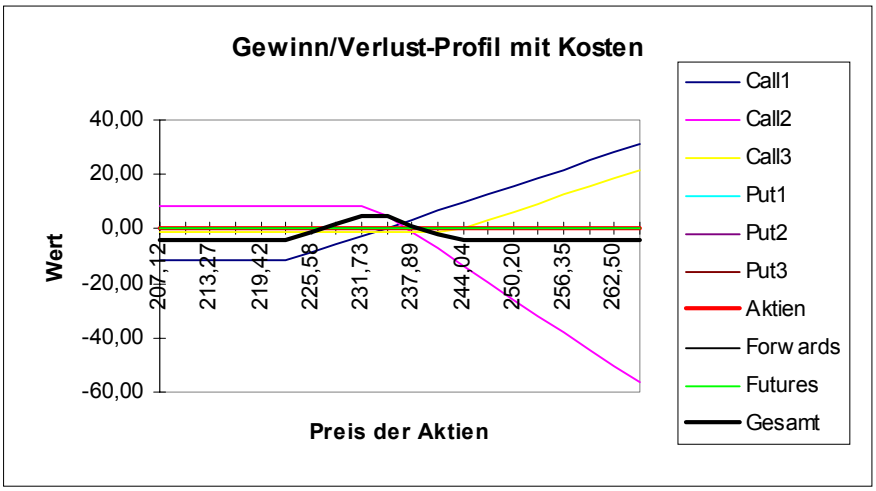
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	1	227,94	0,00	-7,47	-7,44
Call2	-1	237,94	0,00	2,21	2,20
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	0				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-5,26	-5,24



BUTTERFLY SPREAD

Zeithorizont	0,08

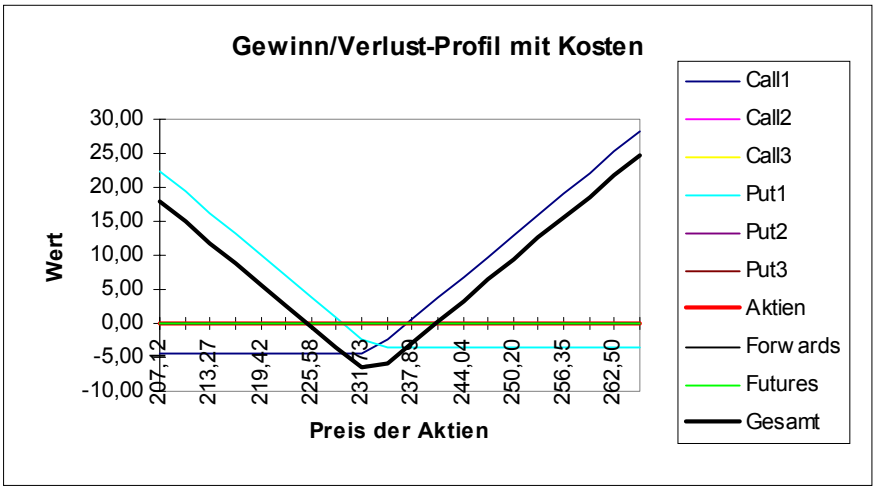
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	1	222,94	0,00	-11,47	-11,43
Call2	-2	232,94	0,00	8,68	8,65
Call3	1	242,94	0,00	-0,97	-0,97
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	0				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-3,76	-3,75



STRADDLE[52] (COMBINATION)

Zeithorizont	0,08

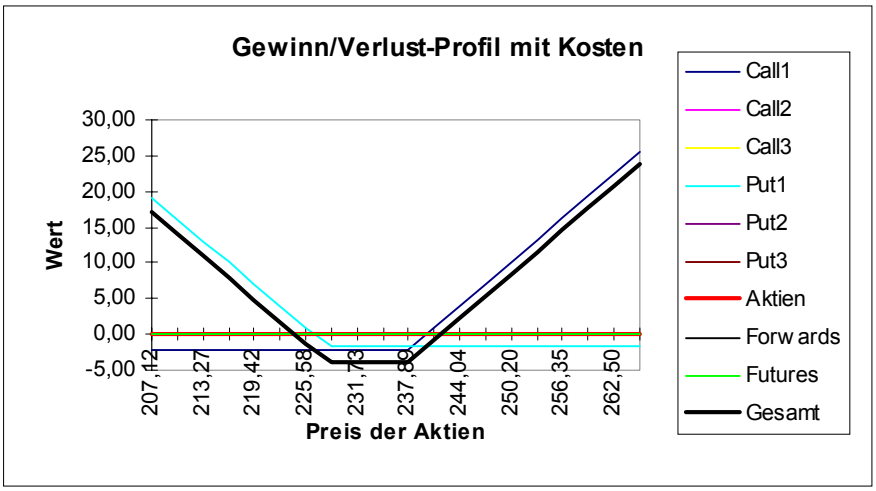
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	1	232,94	0,00	-4,34	-4,32
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	1	232,94	0,00	-3,48	-3,47
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	0				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-7,82	-7,79



[52] Die untere Abflachung ist lediglich Excel-bedingt und nicht Kennzeichen des Straddle.

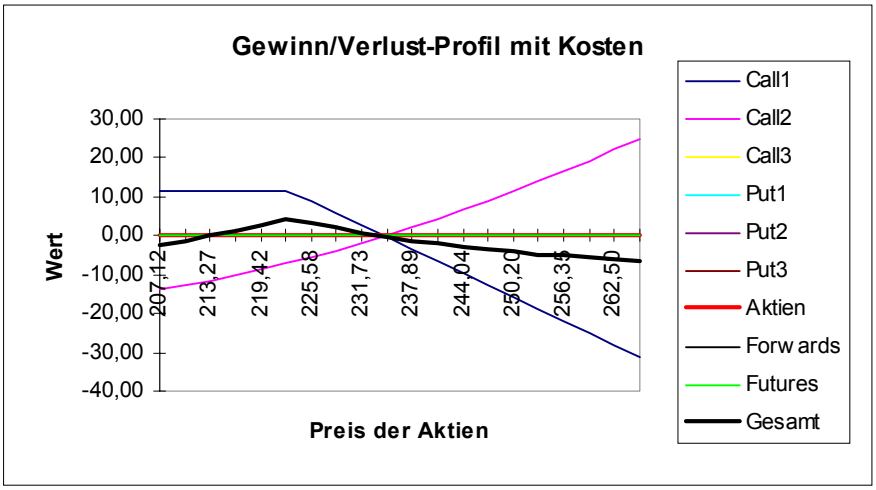
STRANGLE (COMBINATION)

Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	1	237,94	0,00	-2,21	-2,20
Call2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	1	227,94	0,00	-1,61	-1,60
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	0				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-3,82	-3,80



CALENDAR SPREAD

Zeithorizont	0,08				
	Stück	Ausüb./F-Pr.	RLZeit(T)	Prämie(T)	Prämie(t)
Call1	-1	222,94	0,00	11,47	11,43
Call2	1	232,94	1,00	-19,92	-19,85
Call3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put2	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Put3	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Aktien	0				
Forwards	0	0,00	0,00	0,00	0,00
Futures	0	233,80	0,00		0,00
Gesamt	1	1(0) entspricht ein(aus)		-8,45	-8,42


Gewinn/Verlust-Profil mit Kosten
30,00
20,00
10,00
0,00
-10,00
-20,00
-30,00
-40,00
Wert
207,12
213,27
219,42
225,58
231,73
237,89
244,04
250,20
256,35
262,50
Preis der Aktien
Call1
Call2
Call3
Put1
Put2
Put3
Aktien
Forwards
Futures
Gesamt

C) Portfolio-Management

Unter Portfolio-Management wird nachfolgend die praktische Umsetzung der Grundgedanken der Portfolio-Theorie zur Steuerung von Kundenvermögen verstanden. Aufgrund der vielfältigen Facetten der Praxis ist eine theoretische stringente Abhandlung dieses Unterfangens unzweckmäßig, wenn nicht gar unmöglich. Um nicht in reine Situationslogik zu verfallen, wird nachfolgend eine Abstraktionsebene eingenommen, welche grobe Anhaltspunkte und einige Anregungen für die praktische Umsetzung liefern soll.

Das in der Portfolio-Theorie erläuterte Investitions-(Finanzierungs-)Problem ist ein stark vereinfachtes. Es hat zwar den Vorteil, daß es sich EDV-mäßig einfach implementieren läßt, doch bleiben bei einem solchen Unterfangen wichtige Aspekte ausgespart. So z.B.:

- Was ist mit dem Kunden dessen Vermögen „verwaltet" werden soll?
  Ist jeder Kunde unabhängig vom Vermögen nur an der Optimierung seines Erwartungsnutzens interessiert?
  Was ist mit den kundenspezifischen und rechtlichen Restriktionen?
  Welcher Analgehorizont soll gewählt werden?

- Wie steht es um die Sinnhaftigkeit der Auswertung historischer Daten?
  Kann von normalverteilten Renditen ausgegangen werden?
  Warum soll die Zukunft einfach eine Fortschreibung der Vergangenheit sein?
  Wie kann man sich von der Konkurrenz abheben, wenn man nur historisches, öffentlich verfügbares Datenmaterial verwendet?
  Welchen Informationsgehalt können derartige Daten überhaupt haben?

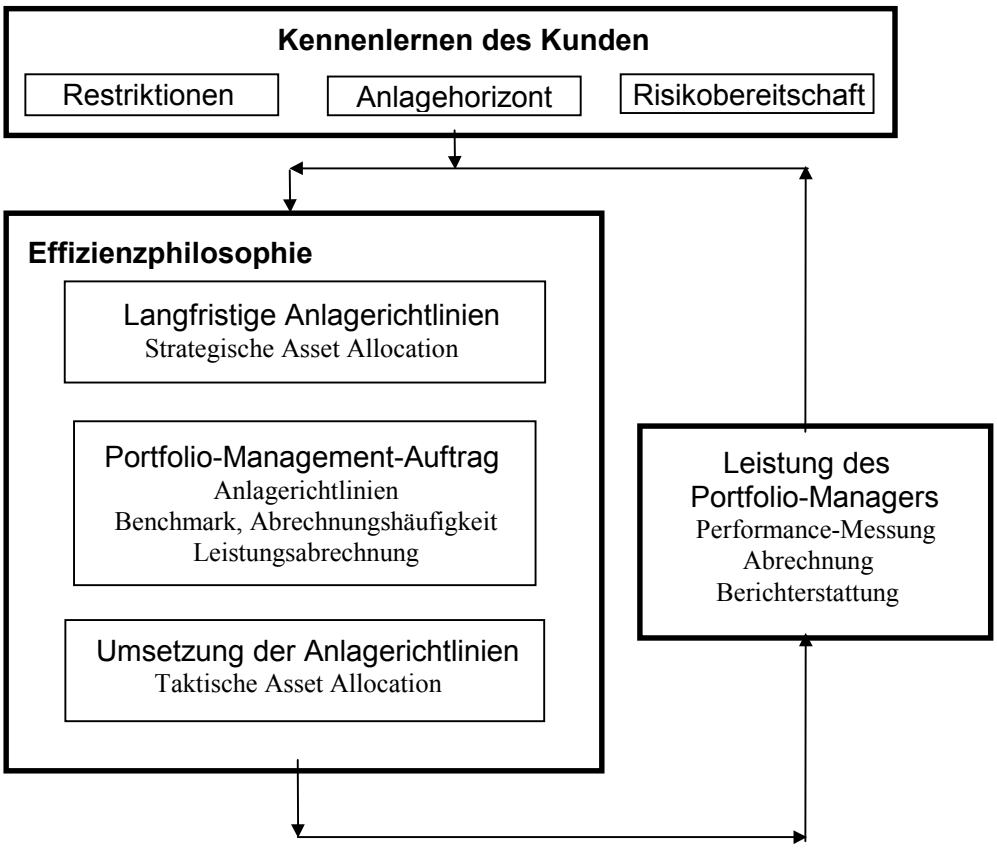
- Wie sieht es mit der Leistung des Portfolio-Managers aus?
  Was ist die Management-Leistung und wie kann sie gemessen werden?
  Wieviel soll für die erbrachte Leistung verrechnet werden?

C1) Portfolio-Management als integrierter Prozeß

Portfolio-Management kann man sich als einen integrierten[53] Prozeß vorstellen, wobei

- ausgehend von der speziellen Kundensituation
- nach Abklärung finanzwirtschaftlicher und rechtlicher Gegebenheiten
- die Anlagemöglichkeiten des Kunden analysiert werden, um sodann zu
- klar definierten langfristigen Anlagerichtlinien zu gelangen, welche
- in einem Portfolio-Management-Auftrag münden und eine
- periodische Erfolgskontrolle des Portfolio-Managers ermöglicht.

Visualisieren läßt sich ein derartiger Prozeß etwa folgendermaßen:



[53] Die Integration bezieht sich sowohl auf eine Interaktion zwischen dem Kunden und dem Portfolio-Manager als auch auf eine zeitliche Dimension des Prozesses.

Zur Systematisierung der Dynamik kann auch folgender 4-schrittiger Prozeß dienen:

SCHRITT 1: DEN KUNDEN KENNENLERNEN

- Wie sieht es beim Kunden aus mit:
  augenblicklichem Gesamtvermögen (private Bilanz) sowie den zukünftigen Einzahlungen und Auszahlungen (privater Finanzplan)
  Beschränkungen,
  Bedürfnissen,
  psychologischen und emotionalen Faktoren...

SCHRITT 2: FORMUNG DER KUNDEN-ERWARTUNGEN

- Aufzeigen grundsätzlicher Investitionsmöglichkeiten
- Darlegung unterschiedlicher Investment-(Effizienz-)-Philosophien
- Entwicklung Kunden-eigener Investitionsziele
- Festlegung langfristiger Anlagerichtlinien & Abrechnungsmodalitäten

SCHRITT 3: UMSETZUNG DER ANLAGERICHTLINIEN

- Richtlinienkonforme Vermögensaufteilung
- Taktische Asset Allocation

SCHRITT 4: LEISTUNGSKONTROLLE & REVISION

- Durchführung der Performance-Messung
- Abrechnung und Berichterstattung
- Revision

C2) Asset Allocation

AUSGANGSSITUATION

Bei der Vermögensaufteilung (Asset Allocation) geht es um die Frage, wie das Kundenvermögen auf die sich bietenden Investitionsmöglichkeiten „bestmöglich" aufgeteilt werden soll? Die sich dabei bietenden Möglichkeiten lassen sich etwa wie folgt veranschaulichen:

	LandA			…	LandC		
	BrancheA1	…	BrancheAn	…	BrancheC1	…	BrancheCn
Barmittel							
Aktien							
NichtTrad.							
Anleihen							

Je nach Effizienz-Philiosopie des Portfolio-Mangers und vereinbarten Anlagerichtlinien stehen folgende Möglichkeiten einer Portfoliogestaltung offen:

	Aktiver Stil	Passiver Stil
Top-Down	Abweichung von Benchmark-Gewichten[54]	Nachbildung der Benchmark-Gewichte
Mischformen	Market Picking,...	?
Bottom-Up	Stock Picking	?

PASSIVES PORTFOLIO-MANAGEMENT (EFFIZIENZ-GLAUBE)

Zumal es *den* Markt[55] nicht gibt, werden meist Indizes als deren Repräsentanten zur Bestimmung von Benchmark-Gewichten herangezogen. Die sich dabei ergebende Probleme sind folgende:

- Wo bleiben die Indizes für die beiden wichtigsten Vermögensgüter: Grund und Boden sowie Humankapital
- Welche Index-Produkte sollen ausgewählt werden: Preis- oder Performance-Index,

[54] Als Gewichte dienen meist finanzinstrumentspezifische Indizes wie z.B. der MSCI-Aktienindex und der JP.Morgan bzw. Salomon Brothers Anleihenindex

[55] Es gibt nur über Indizes gemessene Abbilder von Teilmärkten.

schmaler („Bundesliga”-) oder breiter („Regionalliga”-)-Index, marktwert- oder gleichgewichteter Index

- Wie soll ein nicht gehandelter Index dupliziert werden:
  volle Duplikation,
  Auswahl einer geschichteten Stichprobe (stratified sampling) oder synthetische Duplikation mit Termingeschäften

AKTIVES PORTFOLIO-MANAGEMENT (IN-EFFIZIENZ-GLAUBE)

- Eines steht fest, es kann nicht jeder den „Markt“ schlagen!
- Aber das heißt nicht, daß ihn niemand schlagen kann!
  Die Frage ist nur wie?

Stichprobenschätzung dürften dazu allerdings nicht ausreichen?

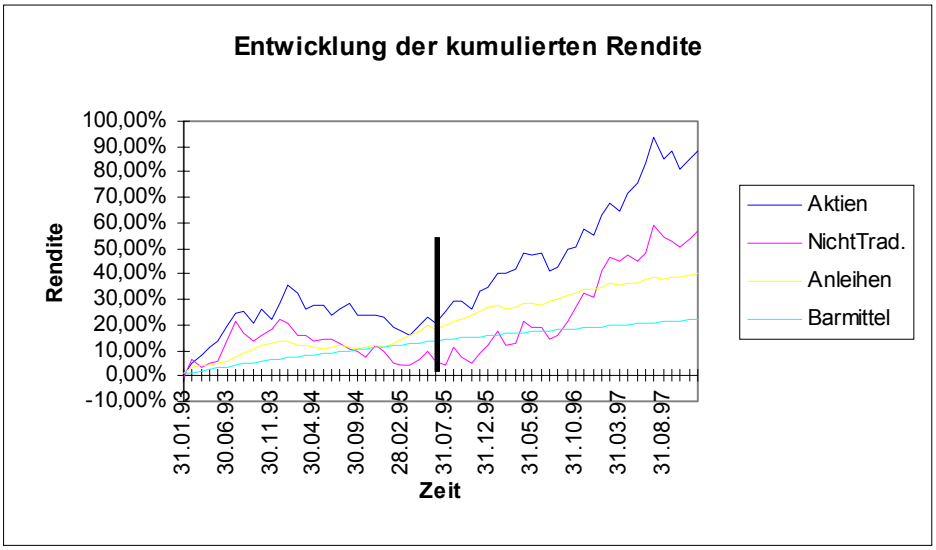
Neben der Problematik, daß dabei lediglich öffentliche Informationen verarbeitet werden, gesellt sich auch noch das Problem der Stichprobenabhängikeit der Schätzungen. Bildet man beispielsweise folgende zwei Substichproben

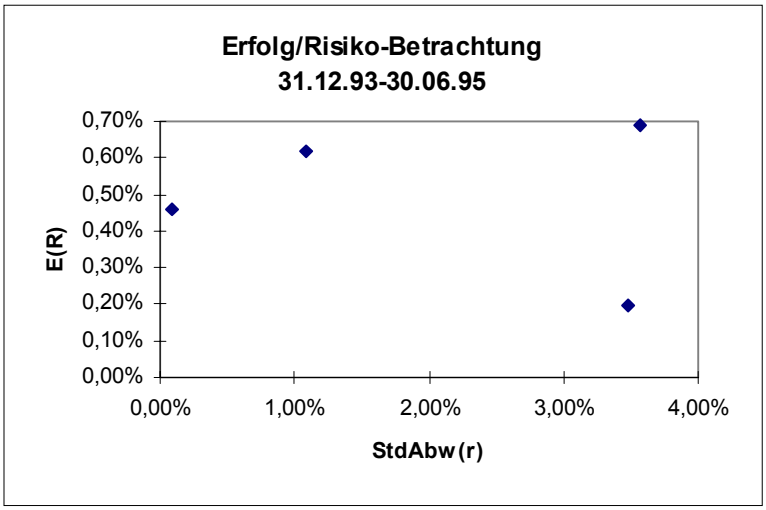
- vom 31.12.92 bis 30.06.95 und
- vom 30.06.95 bis 31.12.97

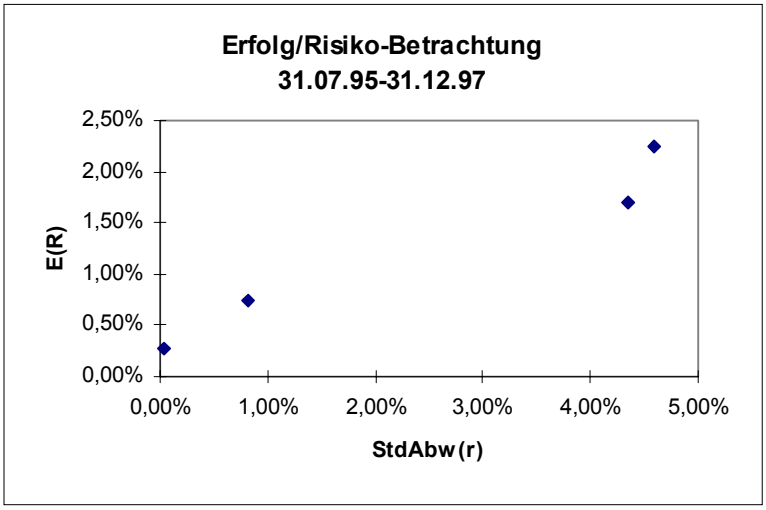
und berechnet die Erfog- und Risiko-Kennzahlen analog zur Berechnung über die Gesamtstichprobe, dann dürfte das Vertrauen in die Daten doch stark erschüttert werden.

Beispiel:

bis 30.6.95	Aktien	NichtTrad.	Anleihen	Barmittel
StdAbw(r)	3,56%	3,48%	1,08%	0,09%
E(r)	0,69%	0,20%	0,62%	0,46%
ab 30.6.95	Aktien	NichtTrad.	Anleihen	Barmittel
StdAbw(r)	4,59%	4,35%	0,83%	0,03%
E(r)	2,24%	1,70%	0,73%	0,28%


Entwicklung der kumulierten Rendite
Rendite
100,00%
90,00%
80,00%
70,00%
60,00%
50,00%
40,00%
30,00%
20,00%
10,00%
0,00%
-10,00%
31.01.93
30.06.93
30.11.93
30.04.94
30.09.94
28.02.95
31.07.95
31.12.95
31.05.96
31.10.96
31.03.97
31.08.97
Zeit
Aktien
NichtTrad.
Anleihen
Barmittel


Erfolg/Risiko-Betrachtung
31.12.93-30.06.95
E(R)
0,70%
0,60%
0,50%
0,40%
0,30%
0,20%
0,10%
0,00%
0,00%
1,00%
2,00%
3,00%
4,00%
StdAbw(r)


Erfolg/Risiko-Betrachtung
31.07.95-31.12.97
E(R)
2,50%
2,00%
1,50%
1,00%
0,50%
0,00%
0,00%
1,00%
2,00%
3,00%
4,00%
5,00%
StdAbw(r)

Welche alternativen Prognosemöglichkeiten gibt es?

Es gibt nicht *das* Modell, welches die Zukunft verrät und das es zu entdecken gilt. Vielmehr hängt es von den Marktteilnehmern selbst ab, was sie als bewertungsrelevant erachten (selbsterfüllende Prophezeihungen) und das kann sich klarerweise im Zeitablauf ändern.

Keinem Prognosemodell - welchem auch immer

- Zeitreihen-Modelle: Regressionsmodelle, neuronale Netze, ARIMA-GARCH-M-Modelle, ...
- ökonom(etr)ische Modelle: Mikro- und Makromodelle
- psychologischen Modelles: verhaltenswissenschaftliche Modelle -

darf blindlings Vertrauen geschenkt werden, auch wenn es angenehm und einfach wäre. Der „gesunde Hausverstand“ und ein Einfühlungsvermögen in die jeweils herrschende „Rationalität“ der Märkte sind bei autopoietischen Systemen unersetzbar.

C3) Performance-Messung

Die Leistung (Performance) des Portfolio-Mangers kann
- absolut (d.h. per se) oder relativ (d.h. im Vergleich zu einer[56] Benchmark)
- mit oder ohne Risikoadjustierung

gemessen werden.

Als *Standard* hat sich in den letzten Jahren die relative Performancemessung mit Risikoadjustierung etabliert[57]. Veranschaulichen läßt sich dieser Standard mit Sport-Analogien:

- *Schispringen*, wobei neben der Weite auch die „klar" definierte Eleganz des Sprungs gewertet wird oder
- *„Hochspringen"*, wobei - entgegen der geläufigen Praxis - auch die „Sauberkeit" der Überquerung berücksichtigt wird.

WELCHE BENCHMARK?

Das ist Verhandlungssache und somit Bestandteil des Portfolio-Management-Auftrages.

WELCHE RISIKOADJUSTIERUNG?

Die Risikoadjustierung von erzielten (ex post) Erfolgen zielt auf deren *Vergleichbarmachung*, sodaß *Rankings* (Reihenfolgen) zwischen Portfolio(-Manager) erstellt werden können. Die betragsmäßige Erfolgshöhe alleine enthält keine Aussagekraft bezüglich ihres Zustandekommens. Als diesbezügliche Informationsquellen werden vielfach diverse (ex post) Risikokennzahlen herangezogen. Die „rechnerische

[56] Diese Benchmark kann sich aber auch aus mehreren Benchmarks zusammensetzen, wie es bei den strukturierten Produkten definitorisch der Fall ist: z.B. ein Investor will an einem Boom am Aktienmarkt partizipieren, bei einer Baisse-Phase aber zumindest den Eckzins erhalten.

[57] Dafür dürften zwei Gründe verantwortlich sein: 1) wird dadurch eine Vergleichbarkeit verschiedener Portfolio-Manger möglich und 2) legt die derzeit geübte Praxis der Leistungsverrechnung diese Vorgehensweise nahe.

Verwandtschaft"[58] zu den Streuungsparametern hat sicherlich zur Popularität der nachfolgenden Risikomaße beigetragen[59]:

	Interpretation als:
E(r)	historischer Mittelwert
StdAbw(r)	historische Schwankungsbreite
Beta	gemeinsame historische Schwankungsbreite

- **Sharpe Quotient (Sharpe Ratio[IX])**

(40) $$SharpeQuotient = \frac{E(rPF) - E(rBar)}{StdAbw(rPF)}$$

Kennzeichen: reine Selbstbezüglichkeit (Benchmarkunabhängigkeit)
Berücksichtigung des historischen Gesamtrisikos:
i.e. systematisches und unsystematisches Risiko

- **Treynor Quotient (Treynor Ratio[X])**

(41) $$TreynorQuotient = \frac{E(rPF) - E(rBM)}{Beta(rPF, rBM)}$$

Kennzeichen: Vergleich mit historischer Benchmark-Rendite (rBM)
Benchmark: meist gewichtete Marktindizes
nur (Benchmark-)systematisches Risiko

- **Jensen Überschuß (Jensen[XI] α)**

[58] Wie aus den nachfolgenden Definitionen ersichtlich ist, werden die gleichen Funktionen wie bei der Schätzung der Lage- und Streuungsparameter verwendet. Die Verwendung der Kennzahlen ist aber eine andere: Während sie in der Portfolio-Theorie zur Schätzung zukünftiger Erfolge und Risiken verwendet wurden (Zukunftsbetrachtung), werden sie bei der Performance-Messung zur ex post Leistungsbeurteilung (Vergangenheitsorientierung) herangezogen.

[59] Die Definition des Treynor Quotienten und des Jensen Überschusses weichen von den Orginaldefinitionen insofern ab, als daß die Rendite der Benchmark als Referenzpunkt für Erfolg und Risiko herangezogen werden.

(42) $$JensenÜberschuß = E(rPF) - Beta(rPF, rBM) * E(rBM)$$

Kennzeichen: Vergleich mit historischer Benchmark-Rendite (rBM)
Überschuß in %

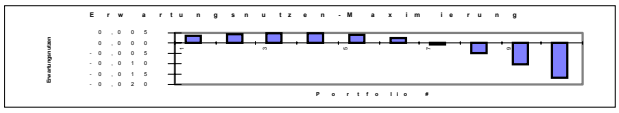
- **Tracking Volatilität (Volatilität des Tracking Errors)**

(43)
$$TrackingVolatilität = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} TrackingError_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (rPF_i - rBM_i)^2}{n-1}}$$

Kennzeichen: alle Benchmark-Abweichungen während der Abrechnungsperiode (= Tracking Errors) gehen ein

- **Tracking Quotient**

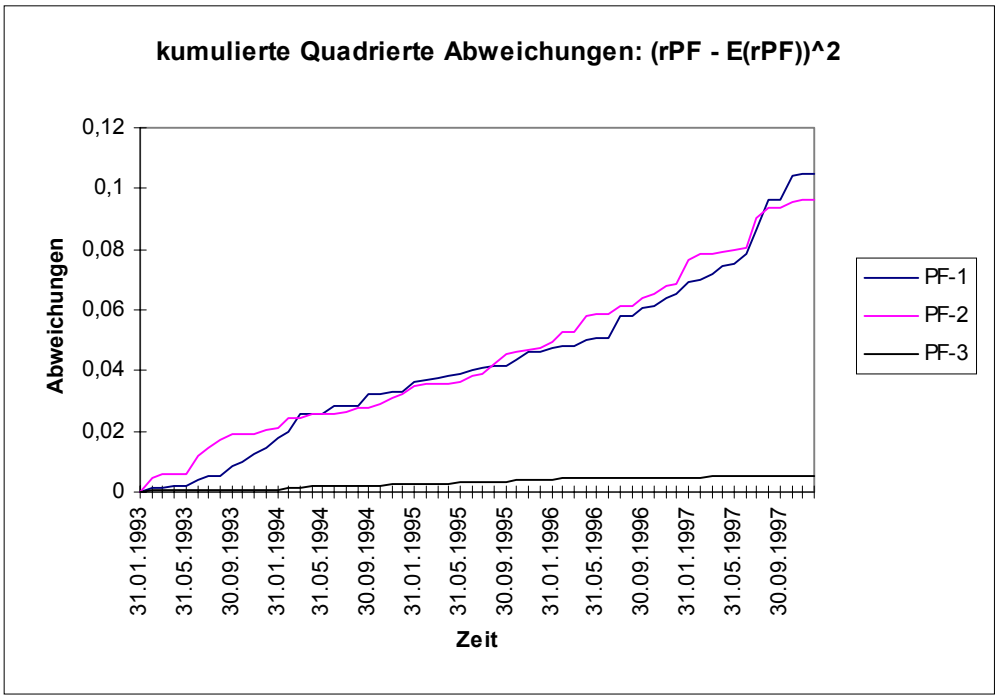
(44)

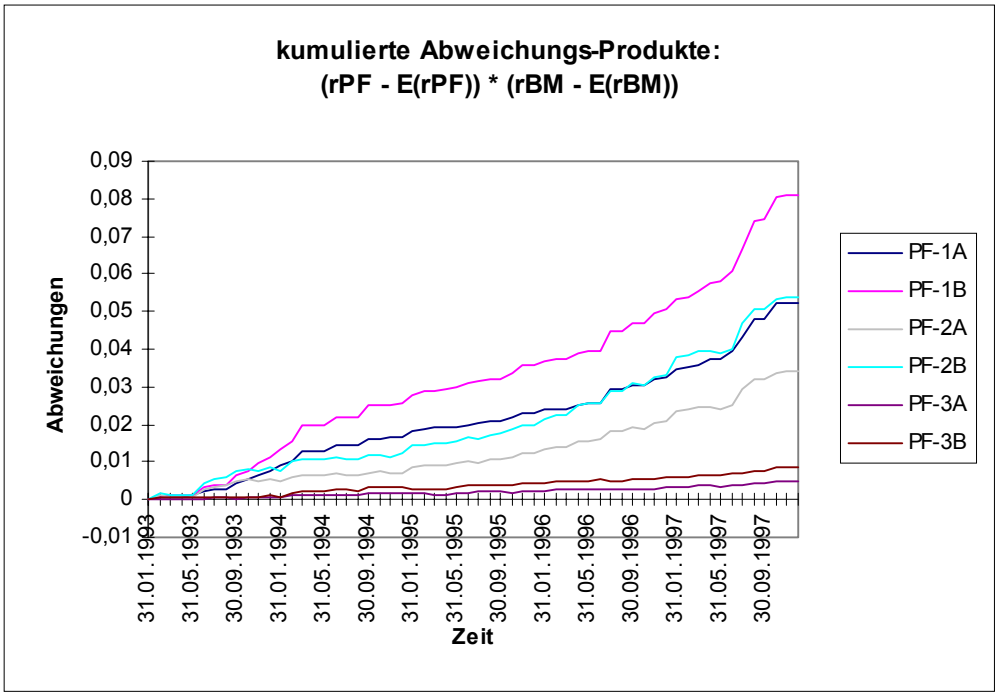


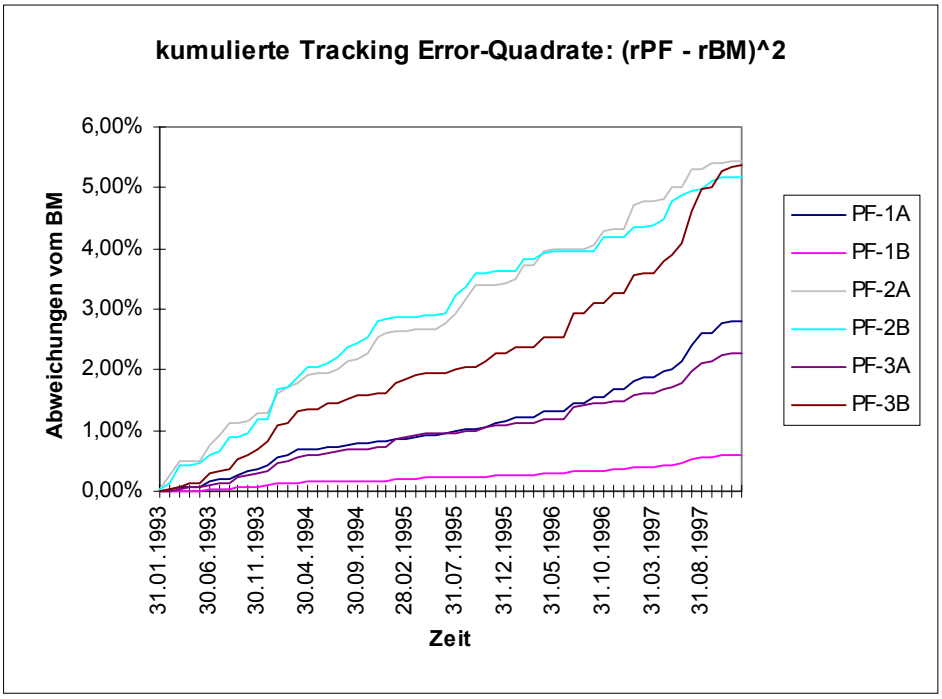
Beispiel:

Performance-Messung							
Benchmark	BM-A	BM-B		**PF-Strategie**	PF-1	PF-2	PF-3
				BM-A-Beta	1,97	1,28	0,18
				BM-B-Beta	1,27	0,84	0,13
StdAbw(rPF)	2,09%	3,24%		StdAbw(rPF)	4,18%	4,01%	0,96%
E(rPF)	0,92%	1,27%		E(rPF)	1,47%	0,95%	0,68%
aAkt	0,5	0,75		aAkt	1	0	0
aNTr	0	0		aNTr	0	1	0
aAnl	0	0,25		aAnl	0	0	1
aBar	0,5	0		aBar	0	0	0
aPF	1	1		aPF	1	1	1

Kennzahlen				**Reihung**		
	PF-1	PF-2	PF-3	PF-1	PF-2	PF-3
SharpeQuot.	0,26	0,14	0,32	2	3	1
TreynorQuot.	0,0028	0,0002	-0,0135	1	2	3
JensenÜbers.	-0,34%	-0,23%	0,51%	3	2	1
TrackingVola	2,09%	3,01%	1,93%	2	3	1
TrackingQuot.	0,2612	0,0089	-0,1254	3	2	1
TreynorQuot.	0,01	0,01	0,02	2	3	1
JensenÜbers.	-0,14%	-0,13%	0,51%	3	2	1
TrackingVola	0,98%	2,92%	2,93%	1	2	3
TrackingQuot.	0,2017	-0,1104	-0,2017	3	2	1




kumulierte Abweichungs-Produkte:
(rPF - E(rPF)) * (rBM - E(rBM))
Abweichungen
0,09
0,08
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
-0,01
31.01.1993
31.05.1993
30.09.1993
31.01.1994
31.05.1994
30.09.1994
31.01.1995
31.05.1995
30.09.1995
31.01.1996
31.05.1996
30.09.1996
31.01.1997
31.05.1997
30.09.1997
Zeit
PF-1A
PF-1B
PF-2A
PF-2B
PF-3A
PF-3B


kumulierte Tracking Error-Quadrate: (rPF - rBM)^2
Abweichungen vom BM
6,00%
5,00%
4,00%
3,00%
2,00%
1,00%
0,00%
31.01.1993
30.06.1993
30.11.1993
30.04.1994
30.09.1994
28.02.1995
31.07.1995
31.12.1995
31.05.1996
31.10.1996
31.03.1997
31.08.1997
Zeit
PF-1A
PF-1B
PF-2A
PF-2B
PF-3A
PF-3B

C4) Leistungsabrechnung

GEÜBTE PRAXIS

Eine häufig praktizierte, allerdings sehr kundenfeindliche Abrechnung besteht in der Verknüpfung eines

- Fixums mit einer
- Gewinn-Beteiligung.

Die Kundenfeindlichkeit ergibt sich aufgrund des Optionscharakters dieses Honorarsystems, wobei der Kunde in eine Call-Stillhalterposition gedrängt wird, ohne dafür eine Entschädigung in Form einer Optionsprämie zu erhalten. Bei kurzsichtiger Betrachtung liefert dieses System dem Portfolio-Manager zusätzlich zur *unterschlagenen Prämie* auch noch *Anreize* das Portfolio möglichst risikoreich zu fahren, was den Kundeninteressen zumeist entgegenläuft. Eine solche Anreizstruktur liefert möglicherweise die Begründung für die sich als Standard etablierte Risikoadjustierung.

ALTERNATIVE

Eine kundenfreundlicher Lösung ist sicherlich eine Abrechnung, bei welcher ein

- Fixum für operative und Transaktionskosten sowie eine
- Beteiligung am *aktiven Erfolg*, das ist die Differenz[60] zwischen dem Portfolio- und dem Benchmark-Erfolg,

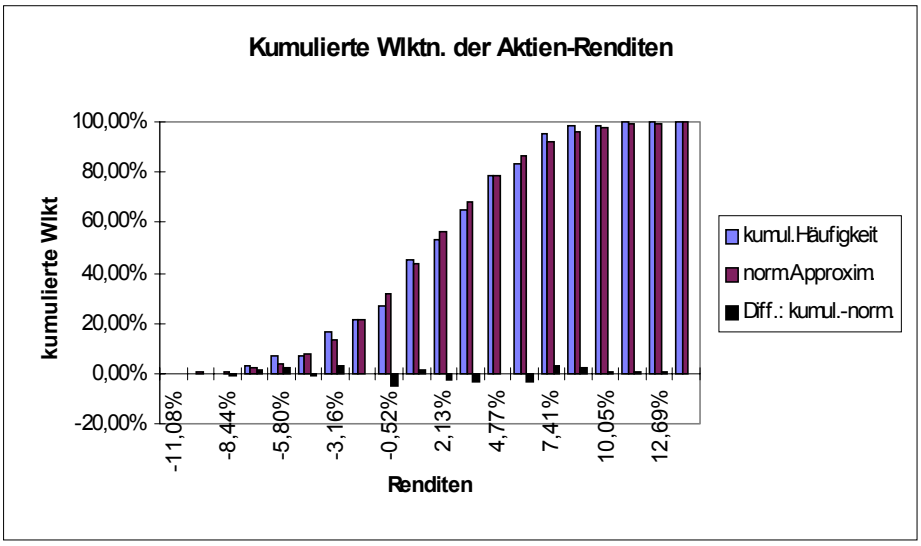
vereinbart wird. Dies hat die Vorteile der Transparenz, der Fairness und der Glaubwürdigkeit, was die Notwendigkeit einer Risikoadjustierung weitestgehend überflüssig machen dürfte.

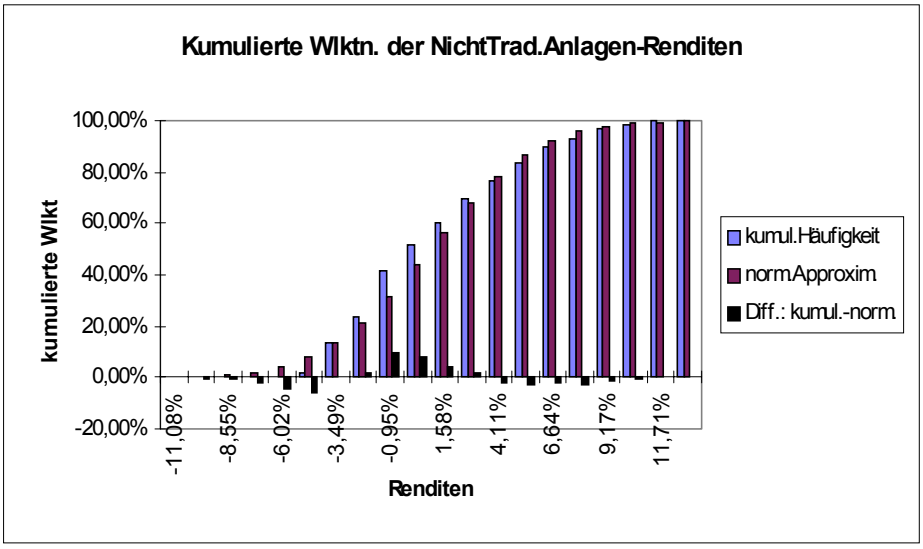
[60] Durch die Verwendung der Differenz finden sowohl nicht nur ex post erzielte Gewinne sondern auch etwaige Verluste Berücksichtigung, was einer zweiseitigen Betrachtung der Leistung des Portfolio-Managers entspricht.

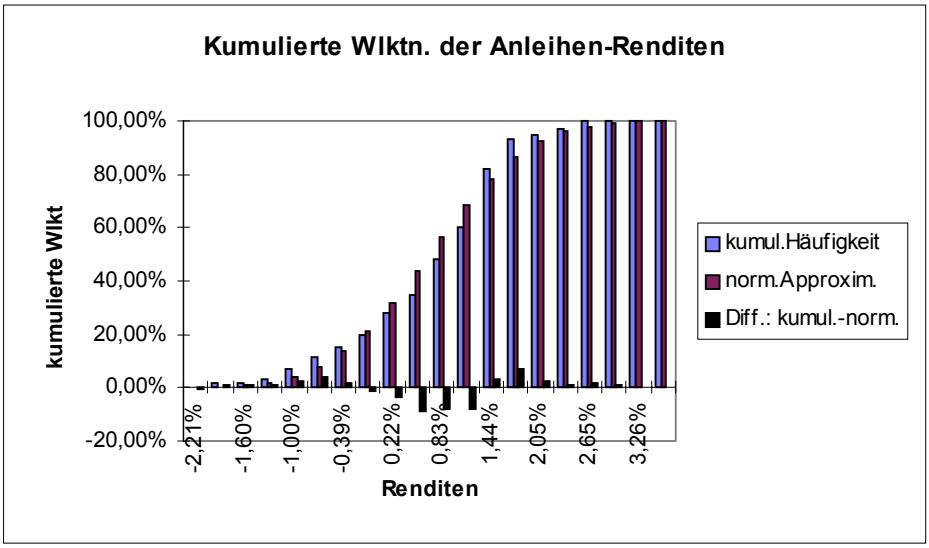
D) Alternative Portfolio-Theorie

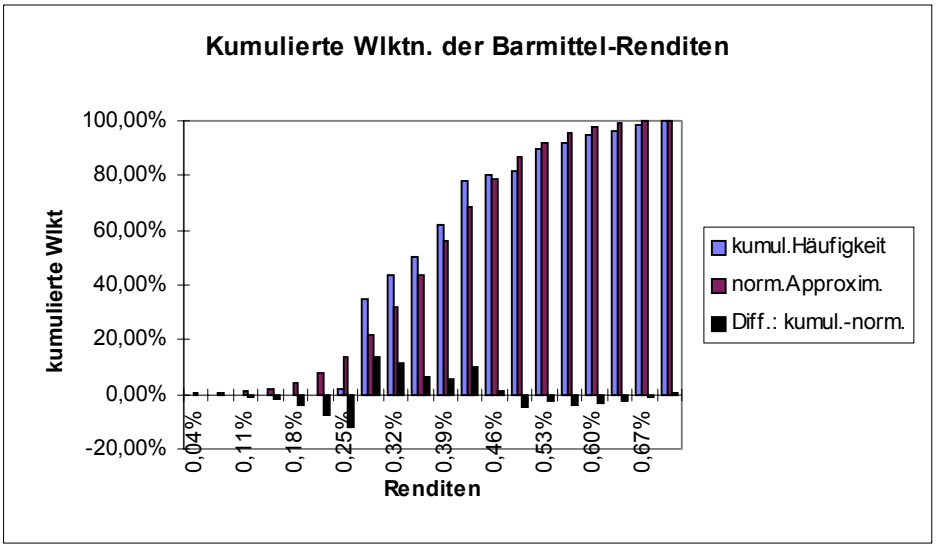
D1) Analyse der Renditeverteilungen

KUMULIERTE WAHRSCHEINLICHKEITEN/HÄUFIGKEITEN (VERTEILUNGEN)







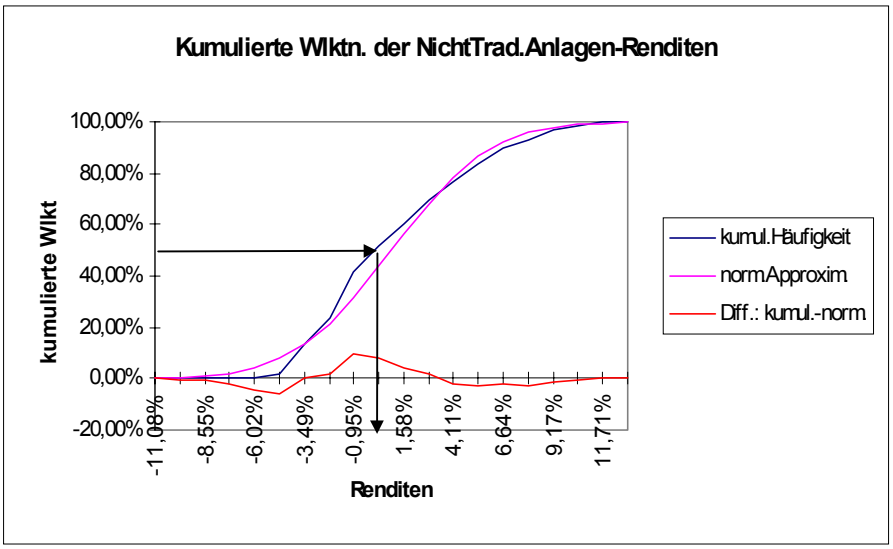


STATISTISCHE KENNZAHLEN

	E(r)	StdAbw(r)	min.Rendite	max.Verl.	impl.Wlkt	Kurtosis(r)	Schiefe(r)
Aktien	1,47%	4,18%	-8,28%	-1929,76	0,99%	-0,46	-0,31
NichtTrad.	0,95%	4,01%	-4,99%	-4976,20	6,94%	-0,49	0,57
Anleihen	0,68%	0,96%	-2,01%	-28,69	0,26%	0,21	-0,66
Barmittel	0,37%	0,11%	0,24%	0,30	12,23%	0,15	0,96

min.Rendite	Minimum der (monatlichen) Renditen
max. Verl.	Preis (31.12.97)*min.Rendite
Impl. Wlkt.	kumulierte Wahrscheinlichkeit aus Normalverteilung
Kurtosis	Über-(Unter-)Wölbung relativ zur Normalverteilung
Schiefe	Schiefe (Asymmetrie) der empirischen Verteilung

QUANTILE (CUT OFF RATES)



	Konf.Niveau	# Element			
	1,00%	1			
	norm.Quantil	emp.Quantil	std.Quantil	JPM.Quantil	param.Quanti
Aktien	-8,27%	-8,28%	-2,33	-9,73%	-8,27%
NichtTrad.	-8,38%	-4,99%	-2,33	-9,33%	-8,38%
Anleihen	-1,56%	-2,01%	-2,33	-2,24%	-1,56%
Barmittel	0,11%	0,24%	-2,33	-0,26%	0,11%

Konf.Niveau	vorgegebene kumulierte Wahrscheinlichkeit
# Element	empirische Entsprechung vom Konf.Niveau
norm.Quantil	Quantil aus approximierten Normalverteilung
emp.Quantil	Quantil aus Häufigkeitsverteilung, d.h. Quantil für # Element
std.Quantil	Quantil aus Standardnormalverteilung
JPM.Quantil[XII]	std.Quantil*StdAbw(r)
param.Quantil	std.Quantil*StdAbw(r)+E(r)

	Konf.Niveau	# Element			
	5,00%	3			
	norm.Quantil	emp.Quantil	std.Quantil	JPM.Quantil	param.Quanti
Aktien	-5,42%	-7,01%	-1,64	-6,88%	-5,42%
NichtTrad.	-5,65%	-4,59%	-1,64	-6,59%	-5,65%
Anleihen	-0,91%	-1,24%	-1,64	-1,58%	-0,91%
Barmittel	0,19%	0,25%	-1,64	-0,18%	0,19%

Beispiel:

Konf.Niveau	0,05
(Stichproben-)Elemente	60

$$norm.QuantilAkt = NORMINV(Konf.Niveau; E(rAkt); Var(rAkt)) = -5{,}42\%$$

$$\#Element = RUNDEN(Konf.Niveau * Elemente; 0) = 3$$

$$emp.QuantilAkt = KKLEINSTE(Zellbereich; \#Element) = -7{,}01\%$$

$$std.Quantil = NORMINV(Konf.Niveau; 0; 1) = -1{,}64\%$$

Information zum Arbeitsblatt: Value at Risk

Verwendete MS-Excel-Funktionen:		zur Berechnung von:
NORMVERT(Wert;E(r);Var(r);1)	…	Impl. Wahrscheinlichkeit
NORMINV(Konf.Niv.;E(r);Var(r))	…	norm.Quantil
KURT(Zellbereich)	…	(relative) Wölbung
SCHIEFE(Zellbereich)	…	Schiefe (Schräge)
RUNDEN(Wert;Dezimalstellen)	…	gerundeter Wert
KKLEINSTE(Zellbereich;#Element)	…	#Element-kleinste Element

D2) Value at Risk (Marktwert am Risiko)

DEFINITIONEN

Während bei der Varianz als Risikomaß noch einigermaßen Einigkeit bezüglich ihrer Berechnung besteht, ist dies beim Value at Risk[61] (VaR) nicht mehr der Fall. Allen VaR-Berechnungen ist aber gemeinsam, daß das Hauptaugenmerk auf potentiellen Verlusten liegt und nicht mehr auf Schwankungsbreiten wie bei den Varianzen.

Konf.Niveau	5,00%	std.Quantil	-1,64	-1,64			
	norm.VaR	**emp.VaR**	**JPM.VaR**	**param.VaR**	**WaR**	**freier WaR**	Preise
Aktien	-1261,44	-1632,45	-1602,76	-1261,44	-1164,68	-1863,48	23293,56
NichtTrad.	-5635,08	-4580,42	-6578,01	-5635,08	-2992,39	-7979,71	99746,37
Anleihen	-12,95	-17,75	-22,61	-12,95	-57,07	-114,13	1426,64
Barmittel	0,24	0,31	-0,23	0,24	0,00	0,00	124,94
Aktien	-5,42%	-7,01%	-6,88%	-5,42%	-5,00%	-8,00%	
NichtTrad.	-5,65%	-4,59%	-6,59%	-5,65%	-3,00%	-8,00%	
Anleihen	-0,91%	-1,24%	-1,58%	-0,91%	-4,00%	-8,00%	
Barmittel	0,19%	0,25%	-0,18%	0,19%	0,00%	0,00%	

- **Normalverteilung-VaR (norm.VaR)**

norm.VaR-Berechnung[62] über
1. Preis (Marktwert) und
2. konfidenzniveau-spezifisches Quantil der (kumulierten) Normalverteilung

(45) $norm.VaR_t = Preis_t * norm.Quantil$

Aktien-Beispiel:

$$norm.VaR_t\, Akt = 23.293{,}56 * (-5{,}42\%) = -1.261{,}44$$

[61] Der VaR hat sich in den letzten Jahren in der Praxis entwickelt und wurde erst kürzlich Objekt der Wissenschaft.
[62] Sie basiert auf der Annahme, daß die approximierte Normalverteilung ein korrektes Abbild der vorherrschenden Renditeverteilung ist.

- **Empirischer VaR (emp.VaR)**

emp.VaR-Berechnung[63] über
1. Preis (Marktwert) und
2. konfidenzniveau-entsprechendes Quantil der (kumulierten) Häufigkeitsverteilung

(46) $emp.VaR_t = Preis_t * emp.Quantil$

Aktien-Beispiel:

$emp.VaR_t\, Akt = 23.293{,}56 * (-7{,}01\%) = -1.632{,}45$

- **JP.Morgan VaR (JPM.VaR)**

JPM.VaR-Berechnung[64] über
1. Preis (Marktwert),
2. konfidenzniveau-spezifisches Quantil der Standard-Normalverteilung (std.Quantil) und
3. Streuungsparameter (StdAbw(r))

(47)
$$\begin{aligned} JPM.VaR_t &= Preis_t * std.Quantil * StdAbw(r) \\ &= Preis_t * JPM.Quantil \end{aligned}$$

Aktien-Beispiel:

$JPM.VaR_t\, Akt = 23.293{,}56 * (-1{,}64) * 4{,}18\% = -1.602{,}76$

[63] Der emp.VaR ist Stichproben-abhängig sowie nach und oben begrenzt.
[64] Dabei handelt es sich um eine vereinfachende Berechnung, welche den Lageparameter vernachlässigt und somit gegenüber dem norm.VaR nach unten verzerrt ist. Die Berechnung darf allerdings nicht darüber hinwegtäuschen, daß der Untersuchung Quantile anstelle von Streuungsparametern zugrunde liegen, auch wenn der Unterschied gering erscheint.

- **Parametrischer VaR (param.VaR)**

param.VaR-Berechnung[65] über
1. Preis (Marktwert),
2. konfidenzniveau-spezifisches Quantil der Standard-Normalverteilung (std.Quantil),
3. Streuungsparameter (StdAbw(r)) und
4. Lageparameter (E(r))

(48)
$$\begin{aligned} param.VaR_t &= Preis_t * (std.Quantil * StdAbw(r) + E(r)) \\ &= Preis_t * param.Quantil \end{aligned}$$

Aktien-Beispiel:

$$param.VaR_t Akt = 23.293{,}56 * (-1{,}64 * 4{,}18\% + 1{,}47\%) = -1.261{,}44$$

- **Freier VaR (freier VaR)**

z.B. 8 % Cook-Ratio in Solvabilitäts- bzw. Kapitaladäquanzrichtlinie

[65] Sie erfolgt über die Lage- und Streuungsparameter von normalverteilten Renditen, sodaß sich der param.VaR mit dem norm.VaR deckt.

- **Wert am Risiko[66] (WaR[XIII])**

a) IndexWaR

IndexWaR-Berechnung
1. Preis (Marktwert),
2. Index-Sensititvität (Beta) und
3. ungünstige Indexänderung in % (IndexÄnd)

(49)
$$\begin{aligned} IndexWaR_t &= Preis_t * (-Beta * IndexÄnd) \\ &= Preis_t * IndexQuantil \end{aligned}$$

Aktien-Beispiel:

$$IndexWaR_t\, Akt = 23.293{,}56 * (-1 * 5\%) = -1.164{,}68$$

b) ZinsWaR

ZinsWaR-Berechnung
1. Preis (Marktwert),
2. Zins-Sensititvität (mod.Duration) und
3. ungünstige Zinskurvenänderung in % (ZinsÄnd)

(50)
$$\begin{aligned} ZinsWaR_t &= Preis_t * (-mod.Duration * ZinsÄnd) \\ &= Preis_t * ZinsQuantil \end{aligned}$$

Anleihen-Beispiel:

$$ZinsWaR_t\, Anl = 1.426{,}64 * (-2 * 2\%) = -57{,}07$$

[66] Ziel der WaR-Definition ist es, alle Finanzrisiken - also die Marktrisiken *Zins-, Index- und Währungsrisiko* sowie das Ausfallrisiko - ohne Heranziehung einer gemeinsamen Normalverteilungsannahme und unter Verwendung existierender unternehmensinterner Informationssysteme operationalisierbar zu machen. In den nachfolgenden Ausführungen werden nur die 1. Ableitungen berücksichtigt, weshalb man von einer WaR-Berechnung 1. Ordnung spricht. Werden auch höhere Ableitungen mit Hilfe einer Taylor-Reihenentwicklung berücksichtigt, so handelt es sich um eine Berechnung 2., 3. usw. Ordnung.

c) WährungsWaR

WährungsWaR-Berechnung
1. Preis (Marktwert),
2. ungünstige Wechselkursänderung in % (WährungsÄnd)

(51)
$$\begin{aligned} WährungsWaR_t &= Preis_t * (-WährungsÄnd) \\ &= Preis_t * WährungsQuantil \end{aligned}$$

d) AusfallWaR

AusfallWaR-Berechnung eines Finanzinstrumentes der i-ten Bonitätsklasse
1. Preis (Marktwert),
2. Bonitäts-Sensititvitäten (Kredit-Durationen),
3. Risikoprämienerhöhungen für Bonitätsverschlechterungen (RPÄnd),
4. Bildung des wahrscheinlichkeitsgewichteten (Wlkt) Durchschnitts aller möglichen Verschlechterungen

(52)
$$\begin{aligned} AusfallWaR_t &= Preis_t * \left(- \sum_{j=i+1}^{Klassen} KreditDuration_i * RPÄnd_{i,j} * Wlkt_{i,j} \right) \\ &= Preis_t * AusfallQuantil \end{aligned}$$

D3) Korrelationen-Methode zur VaR-Aggregation

Der Value at Risk (VaR) eines Portfolios (VaR($PF)) läßt sich mit Hilfe der Korrelationen-Methode, welche ein Analogon zur Berechnung des Portfolio-Risikos (StdAbw(rPF)) darstellt, bestimmen. Die konkrete Berechnung erfordert folgende Schritte:

1. Bestimmung der individuellen VaRs (pro Stück: VaR_i bzw. VaR_j),
2. der Korrelationen-Matrix (mit den Elementen $Korrel_{i,j}$) und
3. der Stücke (s_i bzw. s_j) der Finanzinstrumente,
4. Multiplikation der VaRs mit den Stücken,
5. Bildung der erweiterten Korrelationen-Matrix mit den sich ergebenden VaRs aus dem 4. Schritt ,
6. Multiplikation der Elemente der Matrix mit den entsprechenden Elementen der Hilfsspalte und der Hilfszeile,
7. Summenbildung aller gewichteten Matrixelemente und
8. Ziehen der Wurzel aus der sich ergebenden Summe.

Beispiel:

	sAkt*VaRAkt	**sNTr*VaRNTr**	**sAnl*VaRAnl**	**sBar*VaRBar**
sAkt* VaRAkt	1	Korrel(rAkt,rNTr)	Korrel(rAkt,rAnl)	Korrel(rAkt,rBar)
sNTr* VaRNTr	Korrel(rNTr,rAkt)	1	Korrel(rNTr,rAnl)	Korrel(rNTr,rBar)
sAnl* VaRAnl	Korrel(rAnl,rAkt)	Korrel(rAnl,rNtr)	1	Korrel(rAnl,rBar)
sBar* VaRBar	Korrel(rBar,rAkt)	Korrel(rBar,rNTr)	Korrel(rBar,rAnl)	1

Formal dargestellt errechnet sich der VaR des Portfolios für die vier Finanzinstrumente wie folgt:

(53) $$VaR(\$PF) = \sqrt{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} s_i s_j VaR_i VaR_j * Korrel_{i,j}}$$

Die Stücke (s_i) bestimmen sich aus den (relativen) Portfolioanteilen (a_i), den Preisen ($Preis_i$) sowie dem Vermögen:

(54) $$s_i = \frac{a_i * Vermögen}{Preis_i}$$

Eine alternative Berechnung des Portfolio-VaRs zeigt die formale Nähe sowie den inhaltlichen Unterschied zur Portfolio-Theorie auf. Sie erfolgt über die Portfolioanteile, die Quantile ($Quantil_i$ bzw. $Quantil_j$) der Finanzinstrumente sowie über das Vermögen:

(55) $$VaR(\$PF) = Vermögen * \sqrt{\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} a_i a_j * Quantil_i Quantil_j * Korrel_{i,j}}$$

Der betragsmäßige Erfolg eines Portfolios (E($PF)) läßt sich schließlich aus dem (prozentuellen) Portfolio-Erfolg (E(rPF)) berechnen:

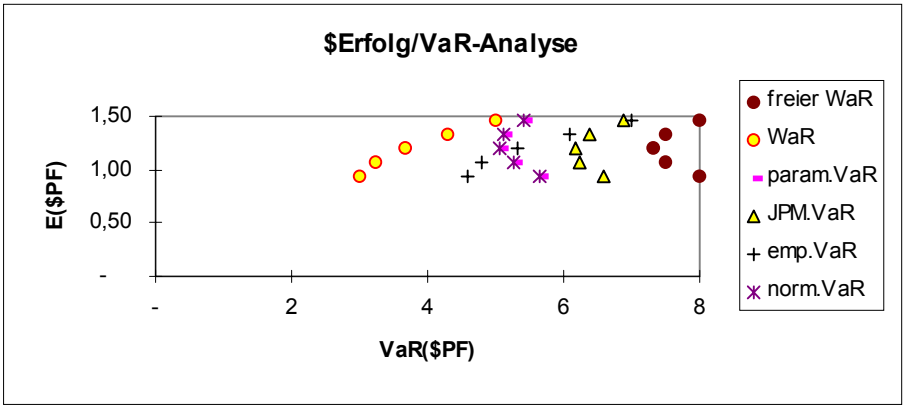
(56) $$E(\$PF) = Vermögen * E(rPF) = Vermögen * \left(\sum_{i=1}^{4} a_i * E(r_i)\right)$$

D4) VaR-Portfolio-Theorie

Die nachfolgenden Berechnungen[67] des betragsmäßigen Portfolio-Erfolgs (E($PF) oder $Erfolg) und -Risikos (VaR($PF) oder $Risiko) beruhen auf den Gleichungen (56) und (53).

AKTIVA-PORTFOLIO

Vermögen	100				
VaR($PF)					
norm.VaR	5,42	5,65	5,07	5,13	5,25
emp.VaR	7,01	4,59	5,34	6,09	4,81
JPM.VaR	6,88	6,59	6,17	6,40	6,24
param.VaR	5,42	5,65	5,07	5,13	5,25
WaR	5,00	3,00	3,69	4,29	3,23
freier WaR	8,00	8,00	7,33	7,50	7,50
E($PF)	1,47	0,95	1,21	1,34	1,08
aAkt	100,00%	0,00%	50,00%	75,00%	25,00%
aNTr	0,00%	100,00%	50,00%	25,00%	75,00%
aAnl	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

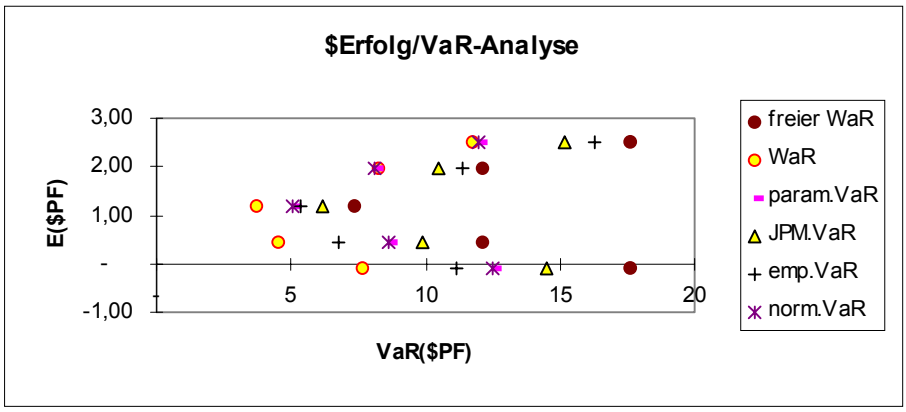


[67] Das Vermögen wird auf 100 gesetzt, damit die sich ergebenden (betragsmäßigen) $Erfolge und VaRs auch als Prozentsätze interpretiert werden können.

(GEHEBELTES) AKTIV/PASSIV-PORTFOLIO

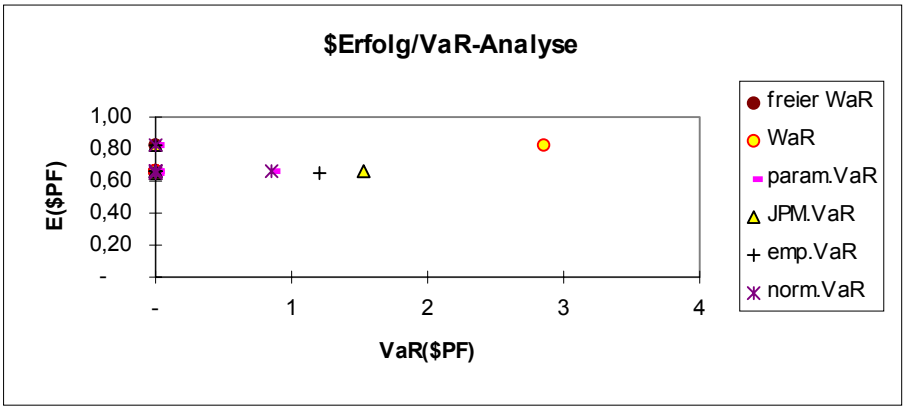
Vermögen	100

VaR($PF)					
norm.VaR	8,13	11,93	5,07	8,60	12,46
emp.VaR	11,41	16,26	5,34	6,79	11,14
JPM.VaR	10,47	15,18	6,17	9,90	14,53
param.VaR	8,13	11,93	5,07	8,60	12,46
WaR	8,26	11,78	3,69	4,50	7,67
freier WaR	12,09	17,63	7,33	12,09	17,63
E($PF)	1,99	2,51	1,21	0,43	- 0,09
aAkt	200,00%	300,00%	50,00%	-100,00%	-200,00%
aNTr	-100,00%	-200,00%	50,00%	200,00%	300,00%
aAnl	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



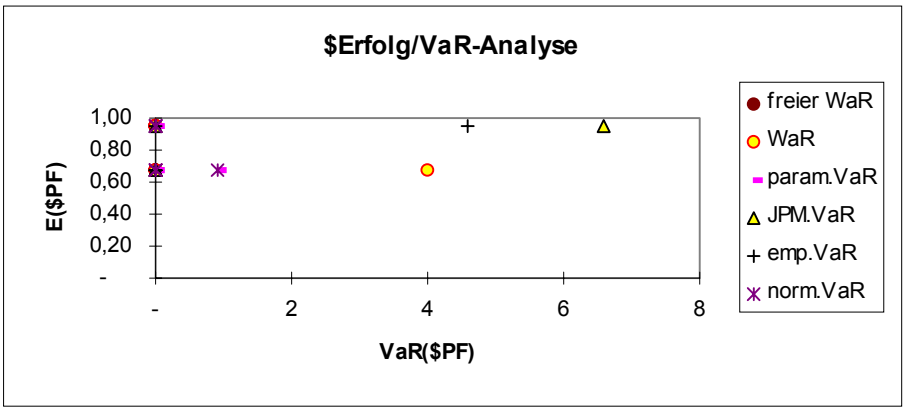
RISIKOMINIMALES PORTFOLIO

VaR($PF)					
norm.VaR	0,85	-	-	-	-
emp.VaR	-	1,20	-	-	-
JPM.VaR	-	-	1,52	-	-
param.VaR	-	-	-	0,85	-
WaR	-	-	-	-	2,85
freier WaR	-	-	-	-	-
E($PF)	0,66	0,65	0,66	0,66	0,83
aAkt	-0,36%	-2,28%	-0,05%	0,05%	-10,03%
aNTr	-5,82%	-4,95%	-7,18%	-7,09%	85,77%
aAnl	106,18%	107,23%	107,23%	107,04%	24,26%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



TANGENTIAL-PORTFOLIO[68]

Vermögen	100				
VaR($PF)					
norm.VaR	0,91	-	-	-	-
emp.VaR	-	4,59	-	-	-
JPM.VaR	-	-	6,59	-	-
param.VaR	-	-	-	0,91	-
WaR	-	-	-	-	4,00
freier WaR	-	-	-	-	-
E($PF)	0,68	0,95	0,95	0,68	0,68
aAkt	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aNTr	0,00%	100,00%	100,00%	0,00%	0,00%
aAnl	100,00%	0,00%	0,00%	100,00%	100,00%
aBar	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
aPF	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%



[68] Die Bedingung der Nichtnegativität der Anteile wurde auferlegt, um zu plausiblen Lösungen zu gelangen.

Stichwörter

$

$Erfolg 86
$Risiko 86

A

Aggressiver Investor 48
Aktien 9
Aktiv/Passiv-Portfolio 39
Aktiva-Portfolio 39
aktiver Erfolg 74
Aktives Portfolio-Management 66
alternative Positionen 2
Am Geld 51; 55
Anleihen 14
Arbitragen 23
Arbitrageportfolio 32
Asset Allocation 65
Aus dem Geld 53; 57
AusfallWaR 83
autopoietisches System 68

B

Barmittel 3
Beta 12
Bewertungseffizienz 11
Bootstrap-Methode 16
Bottom-Up 65
Bull Spread 58
Butterfly Spread 58

C

Calendar Spread 60
Calls 25
Cash Flow 1
Commodities 19
Cost of Carry 23
Cut Off Rate 77

D

Daily Settlement 21
Defensiver Investor 47
Delta 29
derivative Positionen 2
Diversifikationseffekt 31; 35
Dividendenbarwertmodell 10
Duplikationsportfolio 26
Duration 16

E

Effiziente Linie 42
Effiziente Portfolios 46
Emerging Market Bonds 19
Emerging Market Equities 19
emp.Quantil 77
emp.VaR 80
Erfolg 6; 31
Erwartungshypothese 6; 23
Erwartungsnutzen 46
Erwartungswert 32

F

Festgeschäfte 2
Finance 1
Finanzierungsportfolio 32
Finanzwirtschaft 1
Forwards 21
freier VaR 81
Futures 21

G

Gamma 29
Greeks 29

H

Hedge Fonds 19

I

Im Geld 52; 56
Immunisierung 50
Implied Cost of Carry 24
Implied Forward Rates 6
Implied Volatility 29
Implied Yields to Maturity 4
Implizite Terminzinssätze 6; 16
Implizite Transportkosten 24
Implizite Volatilität 29
IndexWaR 82
individuelle Risikoparameter 46
Interne Zinssätze 4; 15
Investitionsportfolio 32

J

Jensen α 70
Jensen Überschuß 70
JPM.Quantil 77
JPM.VaR 80

K

Kassapositionen 2
KGV 12
Konvexität 16
Korrelationen-Methode 84
Korrelationskoeffizient 34
Kredit-Duration 17
Kurs/Gewinn-Verhältnis 12

L

Lageparameter 6
Liquiditätsprämienhypothese 6

M

Misch-Portfolio 45

N

nichttraditionelle Positionen 2
norm.Quantil 77
norm.VaR 79
Nutzenfunktion 46

O

Offensiver Investor 48
Optionsgeschäfte 2
originäre Positionen 2

P

param.Quantil 77
param.VaR 81
Passives Portfolio-Mangement 65
Portfolioanteile 32
Portfolio-Erfolg 32
Portfolio-Management 62
Portfolio-Risiko 37
Portfolio-Selection 31
Portfolio-Theorie 31
Private Equity 19
Prognosemodell 68
Protective Put 55
Put/Call-Parität 28
Puts 25

Q

Quantil 77

R

Renditekurve 15
Rho 29
Risiko 6; 31
Risikominimales Portfolio 40
Risikoprämie 2

S

Sharpe Quotient 70
Sharpe Ratio 70
Standardabweichung 32
std.Quantil 77
Stichprobenanalyse 7
Stock Picking 11
Straddle 59
Strangle 60
Streuungsparameter 6

T

Tangential-Portfolio 44
Terminpositionen 2
Theta 30
Top-Down 65
Tracking Quotient 71
Tracking Volatilität 71
Treynor Quotient 70
Treynor Ratio 70

U

Umhüllende Linie 43

V

Value at Risk 79
VaR 79
Varianz 32
Vega 30
Versicherung 55
Volatilität des Tracking Errors 71

W

WährungsWaR 83
WaR 82
Wert am Risiko 82

Z

Zeitprämie 2
Zinskurve 5
ZinsWaR 82

Originalbeiträge

[I] siehe Standardliteratur der Modernen Finanzwirtschaft: z.B.
COPELAND T./WESTON F.: Financial Theory and Corporate Policy, 3rd edition, Addison-Wesley, Reading et al. 1992

[II] FAMA E.: Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work, Journal of Finance, 25(2), 1970, 383-417

[III] SHARPE W.: Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk, Journal of Finance, 19, 1964, 425-42

LINTNER J.: The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgeting, Review of Economics and Statistics, 47, 1965, 13-37

MOSSIN J.: Equilibrium in a Captial Asset Market, Econometrica, 34(4), 1966, 768-83

[IV] MACAULAY F.: Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the U.S. since 1856, National Bureau of Economic Research, New York, 1938

[V] BLACK F./SCHOLES M.: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, 81(3), 1973, 637-54

MERTON R.: Theory of Rational Option Pricing, Bell Journal of Economics and Management Science, 4(1), 1973, 141-83

[VI] STOLL H.: The Relationship between Put and Call Option Prices, Journal of Finance, 24, 1969, 802-824

[VII] MARKOWITZ H.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, Wiley, New York, 1959

[VIII] TOBIN J.: Liquidity Preference as Behavior towards Risk, Review of Economic Studies 25, 1958, 65-86

[IX] SHARPE W.: Mutual Fund Performance, Journal of Business 39, 1966, 119-38

[X] TREYNOR J.: How to Rate Management of Investment Funds, Harward Business Review 43, 1965, 63-75

[XI] JENSEN M.: Risk, the Pricing of Capital Asset, and the Evaluation of Investment Portfolios, Journal of Business 42, 1969, 167-247

[XII] J.P.MORGAN/Reuters: RiskMetrics™ - Technical Document,
http://what.inet.jpmorgan.com, New York, April 2, 1997

[XIII] SCHWAIGER W.: Externe BWG- versus Bank-Interne RisikoRechnung zum BankManagement, Zeitschrift für das Gesamte Bank- und Börsewesen, 46, 1998/3, 179-186