

КУРЬЕР ЮНЕСКО



ИНТЕРВЬЮ С
ФЕДЕРИКО МАЙОРОМ

**Волшебный
мир
математики**

ЯНВАРЬ 1990

встреча культур

Дорогие читатели!
Просим вас присылать нам фотографии произведений, достойных, с вашей точки зрения, публикации на этой странице. Это могут быть произведения живописи или скульптуры, фрагменты памятников архитектуры или любые другие объекты, которые служат примером слияния культур. Вы можете также присылать фотографии двух произведений искусства разных культурных ареалов, между которыми, на ваш взгляд, существует связь или сходство. Просим снабжать фотографии подписями.



Будда Шакьямуни

1987. Рисунок по хлопчатобумажной ткани выполнен Натали Жиатсо с помощью растертых натуральных красителей.

Искусство **тхан-ка** (вид тибетской религиозной росписи или рисунка на тканых материалах) подчинено строгим правилам. «Однако, — пишет художница Натали Жиатсо, француженка по происхождению, — в **тхан-ка** всегда есть место для творчества и новаторства. Например, в этой работе я хотела подчеркнуть умиротворяющее влияние Будды, показав, как перед светом отступают темные тучи и как растительность покрывает суровые, массивные горы. Следуя тем же канонам, тибетский художник сделал бы другой иконографический выбор, изобразив, возможно, мирное божество на фоне мирной природы».



11

ВОЛШЕБНЫЙ МИР МАТЕМАТИКИ

ДРЕВНИЙ ЕГИПЕТ И МЕСОПОТАМИЯ

РОЖДЕНИЕ ЧИСЕЛ

Джеймс Риттер

12

ИНДИЯ

ЛИЛАВАТИ — МИЛОСТИВАЯ ГОСПОЖА АРИФМЕТИКА

Фрэнсис Циммерман

18

КИТАЙ

НЕБЕСНЫЕ КОРНИ

Жан-Клод Марцлоф

22

ДРЕВНЯЯ ГРЕЦИЯ

ОДИССЕЯ РАЗУМА

Бернар Витрак

29

АРАБСКИЙ МИР

НА СТЫКЕ ГЕОМЕТРИИ И АЛГЕБРЫ

Рошди Рашид

37

ОТ СРЕДНЕВЕКОВЬЯ К ПРОСВЕЩЕНИЮ

У ИСТОКОВ СОВРЕМЕННОЙ НАУКИ

Катрин Гольдштейн и Джереми Грей

43

Редакция журнала выражает благодарность Тони Леви за помощь в подготовке этого номера.

4

Интервью с
**ФЕДЕРИКО
МАЙОРОМ**
Генеральным
директором ЮНЕСКО



49

ПОРТРЕТ

ГАБРИЕЛА МИСТРАЛЬ
ПОЭТ
И ГУМАНИСТ

50

НАУКА И ОБЩЕСТВО

АКАДЕМИЯ НАУК
СТРАН
«ТРЕТЬЕГО МИРА»
Ахтар Махмуд Фаруки

1-я стр. обложки:
«Урок геометрии» (1561).
Картина фламандского художника
Николаса Нейштателя.

4-я стр. обложки:
Компьютерный образ, созданный
с использованием формулы
из новой области математики —
фрактальной геометрии.

Сегодня не осталось неисследованных континентов, неизвестных морей и таинственных островов. Мы научились преодолевать физические препятствия, стоящие на нашем пути, но не разрушены еще барьеры взаимной отчужденности, разъединяющие народы и культуры. Современным одиссеям доступен любой уголок света. Но ныне гораздо сильнее манят путешествия иного рода — в мир других культур, жизненных укладов и ценностей. Именно в такое путешествие приглашает своих читателей «Курьер ЮНЕСКО». В каждом номере авторы из разных стран будут освещать с различных культурных и профессиональных точек зрения одну из тем, представляющих всеобщий интерес. Компасом в этом странствии по культурам мира будет уважение ко всем народам.

Федерико Майор

В 1987 г. Федерико Майор¹ был избран Генеральным директором ЮНЕСКО сроком на шесть лет. Ранее он занимал посты ректора Университета Гранады, президента Испанского общества биохимиков, был основателем и директором Центра молекулярной биологии в Мадриде, министром образования и науки Испании и членом Европейского парламента в Страсбурге. По случаю 25-й сессии Генеральной конференции ЮНЕСКО он поделился своими мыслями о роли системы Организации Объединенных Наций в современном мире.

Общественность большинства стран знает о существовании Организации Объединенных Наций, однако не всегда хорошо осведомлена о характере ее деятельности. Считаете ли вы, что такая организация действительно необходима?

— Сейчас она нужна как никогда. ООН была создана в 1945 г. после глубокого и горького анализа (как часто эти два определения сопутствуют друг другу) постигшей мир катастрофы. Сегодня, когда мы сознаем все возрастающий глобальный характер наших проблем, с которыми можно справиться только сообща, ее роль особенно велика.

Конечно, нельзя сказать, что ООН успешно решает все стоящие перед нею вопросы, отнюдь нет. Но она становится все более незаменимой как место встречи людей, как форум согласия и примирения, как средство поиска новых подходов и тщательного исследования путей сотрудничества. По существу, Организация помогает всем нам осознать свою принадлежность к «глобальной деревне», зиждящейся на плюрализме и многообразии, бережно сохраняющей культурную самобытность и неповторимое своеобразие каждого человеческого сообщества.

Бытует мнение, что Организация Объединенных Наций была создана в 1945 г. с нуля горсткой мечтателей-идеали-

стов. Это не так. Она возникла в результате исторического процесса, начавшегося в конце девятнадцатого столетия, когда все большее число людей, группировок и государств стало осознавать необходимость создания общих структур для консультации и сотрудничества на международном уровне.

Это осознание было реакцией на новую реальность: люди поняли, что мир един; интенсивное развитие получили средства коммуникации; торговые, промышленные и финансовые интересы вышли за пределы национальных и даже континентальных границ; обмен информацией между странами принял регулярный характер. Появление мировой системы потребовало создания организации для проведения взаимных консультаций в международном масштабе.

Значит, создание этой организации было необходимо?

— Человек — единственное живое существо, наделенное способностью к творчеству. И всегда находятся дальновидные люди, которые в ответ на новую ситуацию проявляют инициативу.

1. Автор многих научных публикаций, нескольких сборников стихов, а также книги «Завтра всегда поздно», вышедшей на русском языке в 1989 г. в издательстве «Прогресс» (Москва).





Первая международная организация — Лига наций — была создана после первой мировой войны. Война показала, что мир — не только рынок, который можно поделить, но и общее достояние, нуждающееся в защите. В то время некоторые государственные деятели, философы, ученые и писатели считали, что нужно иметь две отдельные организации: одну — для разрешения политических разногласий (Лигу наций), другую — для развития интеллектуального и культурного сотрудничества (Международный институт интеллектуального сотрудничества).

Конечно, говоря об общем достоянии, я имею в виду не только материальное богатство: природу, окружающую среду, памятники искусства и архитектуры, — но и наше духовное и интеллектуальное наследие, плоды познания, права человека, универсальные ценности и принципы.

Лига наций оказалась не в силах уберечь все это и противостоять натиску фашизма. Вторая мировая война была еще более серьезным предупреждением человечеству. Она несла невиданные в истории смерть и разрушение, ее пожар распространился на пять континентов; но самое главное — завершившие ее взрывы двух атомных бомб показали всем, что человечество обрело средство самоуничтожения. Следующая мировая война может привести к исчезновению человеческого рода.

До сих пор в любой войне, в любом столкновении были победители и побежденные. Теперь поражение грозит всем. Воевать стало бессмысленно. Цивилизация войны исподволь уступила дорогу цивилизации мира, но произошло это вовсе не из-за добродетели человечества, а из его страха перед могуществом техники уничтожения. Рождалась культура мира, вызванная к жизни не мудростью людей, а их безграничной болью и страданием. Именно в этот поворотный момент, по-моему самый важный в истории человечества, и была создана Организация Объединенных Наций.

Преследуя более высокие цели, чем Лига наций, она поставила перед собой задачу развивать сотрудничество со всеми государствами в самых разных областях интеллектуальной, социальной, экономической и гуманитарной деятельности. ООН — это политическая организация, в рамках которой функционируют различные органы, комитеты, программы, фонды, комиссии и специализированные межправительственные учреждения: ЮНЕСКО, занимающаяся вопросами образования, науки и культуры; Всемирная организация здравоохранения (ВОЗ); ЮНИСЕФ — фонд помощи детям; Международная организация труда (МОТ); Управление Верховного комиссара по делам беженцев; ФАО, в ведении которой находится продовольствие и сельское хозяйство, и другие.

Конечно, успехи ООН — большие и малые, ощутимые и менее заметные, — равно как ее недостатки и неудачи, зависят в первую очередь от унастроенности сообщества наций, и особенно от того, насколько расположены наиболее влиятельные государства к взаимному согласию. Только при

наличии этих благоприятных факторов система Организации Объединенных Наций может успешно развивать многостороннее сотрудничество и способствовать совместной выработке решений, которые не могут быть найдены каждым государством в отдельности.

В этом и заключается, на мой взгляд, подлинная цель Организации Объединенных Наций. ООН существует, чтобы напоминать нам, что все мы — братья и живем на одной планете. Что станет с нами, если мы это забудем?

Вы говорили о главных органах, комитетах, комиссиях и других подразделениях системы ООН, а также о ее специализированных учреждениях. Необходимость существования институтов для расширения международных консультаций в области политики, здравоохранения, сельского хозяйства и финансирования очевидна. А как обстоит дело с культурой? Нет ли здесь противоречия между идеей Организации — с ее уставом, программой и решениями — и самим понятием культуры, которая подразумевает творчество, а значит, свободу и непосредственность?

— Конечно, задача ЮНЕСКО — не вмешиваться в процессы творчества, а создавать условия для плодотворного развития культуры. Но здесь прежде всего нужно разграничить разные значения слова «культура», которые часто путают.

Раньше культуру противопоставляли природе, отделяя человека-творца от животных, подчиняющихся только естественным законам. Кроме того, этим словом обозначали работу ума, духовный труд в отличие от труда физического. Существуют различные толкования слова «культура», одни — узкие, другие — более широкие. Некоторые включают в понятие «культура» только выдающиеся плоды мысли и творчества; их оппоненты считают, что в культуру входит все, что отличает один народ от другого, — от сложнейших технологий до верований, обычаев, образа жизни и условий труда. Именно это, второе определение и было принято международным сообществом на Межправительственной конференции по политике в области культуры, которая состоялась в Венеции в 1970 г. В 1982 г. вторая конференция — Мондиакульт — подтвердила в Мехико такой «активный» подход.

Это определение вызвало критику со стороны некоторых деятелей культуры. Они сочли, что такая позиция отдает предпочтение скорее обычным, чем высшим проявлениям ума и подчеркивает значение национальных ценностей каждого народа, отделяющих его от других, вместо того чтобы утверждать универсальные ценности — Истину, Добро, Прекрасное, — сближающие людей.

— Я думаю, что такая критика неправомерна. Она исходит из неверного понимания всего круга значений нашего определения, которое носит практический, рабочий характер. В Организации Объединенных Наций, где сосуществуют самые различные философские взгляды, основой согласия

может быть только деятельность, опирающаяся на главные принципы, на которых зиждется вся система.

Определения — это отправные точки. А в области культурного сотрудничества такой точкой отсчета является признание многообразия — ведь именно в этом выражается прежде всего уважение достоинства каждого человека, независимо от того, к какой культуре он принадлежит. Я хочу особо подчеркнуть, что каждый из нас в биологическом и социокультурном планах уникален и признание этой уникальности — обязательное условие взаимного понимания. Но это, конечно, не означает, что все элементы разных культур равноценны и нельзя подняться над их специфичностью. ЮНЕСКО трезво смотрит на вещи: культура — не священный идол, а продукт определенных исторических условий. В каждой из них есть и вершины, и темные закоулки, величие, стремление к прекрасному, мечты о братстве, но и другие гораздо менее привлекательные стороны. Наша задача — обращаться ко всему самому лучшему и гуманному, что в них есть и что рождает стремление к миру.

Как бы вы определили цели ЮНЕСКО?

— Через культурный плюрализм поднимать значение всего, что сближает людей, что универсально в каждой культуре. Для этого необходимо начать с самого главного — с идеи о том, что в истории цивилизации каждая культура, часто в свою очередь являющаяся сплавом нескольких культур, имеет особое предназначение, несет печать самобытности, которая выявляется на всех этапах национального развития и благодаря которой ее узнает весь мир.

Я — каталонец, я люблю свое отечество и язык, на котором говорю со своими родителями. Наша культура — плод нескольких цивилизаций — определяет нашу индивидуальность. Я знаю, что, если смогу без помех развивать ее, мой труд поможет единству Испании и укреплению всех других национальных культур. Непонимание этой основополагающей истины в прошлом часто рождало презрительное отношение к другим нациям. Есть основания надеяться, что в будущем взаимные консультации дадут еще более ощутимые результаты, ибо народы глубже познают самих себя, осознают свои устремления, пути развития и шкалу ценностей, поймут, что, помимо специфических национальных особенностей, есть еще и общие великие цели и идеалы, которые зачастую в главном совпадают у всех народов.

Вот почему первостепенная задача ЮНЕСКО в области культуры и состоит в том, чтобы, как сказано в ее уставе, «развивать и использовать все средства коммуникации между... народами... с целью достижения взаимопонимания и взаимного ознакомления».

ЮНЕСКО стремится к расширению контактов между артистами, учеными, художниками, педагогами, архитекторами, писателями и поэтами из всех регионов и стран, распространяет материалы дискуссий и выводы, к которым приходят участники таких встреч. Эти люди — главное

богатство человечества. Они помогают нам не только узнать свое прошлое, но прежде всего представить себе, что нас ждет в будущем. Так, в сотрудничестве с неправительственными организациями, ассоциациями профессионалов, художниками и другими людьми творческого труда ЮНЕСКО вырабатывает и осуществляет свои культурные программы.

Я все время повторяю, что самым совершенным произведением является человек, а самым дорогим и вместе с тем хрупким плодом культуры — языки национальных меньшинств, устные традиции, песни, танцы и обычаи многих стран, голос которых пока не звучит в мировой симфонии культуры. Я уделяю этому особое внимание. Необходимо защищать свободу художника, а также беречь искусство прошлого, фольклор и народные традиции. Две эти насущные задачи неотделимы друг от друга.

Деятельность ЮНЕСКО по спасению Абу-Симбела и Бободура хорошо известна. Сегодня много говорят о предстоящей роли ЮНЕСКО в сохранении Ангкор-Вата в Камбодже.

— ЮНЕСКО готова приступить к этой работе, как только позволят обстоятельства. Но наша деятельность отнюдь не ограничивается спасением отдельных памятников и исторических комплексов. ЮНЕСКО располагает тремя важными международными юридическими инструментами: Конвенцией по защите культурного достояния (наследия) в случае вооруженного конфликта, Конвенцией о средствах запрещения и борьбы с незаконным импортом, экспортом и передачей культурной собственности и Конвенцией по охране мирового культурного и природного наследия.

Кроме того, Организация занимается переводом и публикацией выдающихся произведений литературы разных стран, а также составлением перечня, записью и распространением уникального собрания музыкальных произведений... Сегодня жители многих стран могут приобрести книги и пластинки, послушать и посмотреть радио- и телепередачи, знакомящие их с культурой, жизнью и проблемами людей из самых разных уголков планеты. Универсальные ценности медленно, но неуклонно входят в повседневную жизнь каждого из нас. Это один из важнейших аспектов работы ЮНЕСКО.

А что вы думаете о самом творчестве?

— Это именно то поле деятельности, где человек дает полную волю вдохновению, повинувшись лишь зову совести и таланту. Ничто не должно мешать его свободе или ограничивать ее. Наоборот, нужно сделать все возможное, чтобы защитить художника и способствовать расцвету всех творческих сил. Я бы сказал, что ЮНЕСКО нужна и до и после обретения такой свободы. С одной стороны, она осуждает посягательства на свободу творчества, а с другой — поощряет создание оптимальных условий для его развития.

Беспрепятственное распространение идей и популяризация произведений искусств всех культур являются, несомненно, факторами, благоприятствующими развитию творчества, накоплению знаний, расширению горизонтов и взаимному обогащению доступных для каждого художника источников вдохновения, способствующими более глубокому пониманию тех элементов универсального, которые художник может найти в собственной культуре.

Однако взаимосвязь между лучшим знанием друг друга, ростом культурных обменов и укреплением мира очевидна далеко не для всех. То тут, то там возникают конфликты между соседними народами, которые хорошо знают друг друга и общаются между собой. Да и обе мировые войны разразились именно в Европе, где, казалось бы, народы обладают общими культурными ценностями и пользуются развитыми средствами коммуникации.

— Часто добиться взаимопонимания между соседними народами, соседними странами оказывается как раз труднее всего, поскольку они сталкиваются лицом к лицу и каждый склонен отстаивать собственные традиции, презирая традиции другого. Взаимопонимание не возникает автоматически, путем установления между народами политических или торговых контактов. Они могут приводить как к соглашению, так и к конфликтам в зависимости от того, что одержит верх — чувство страха, подозрения и взаимного презрения или заложенная во всех людях способность ценить истину и красоту, уважать чужое мировоззрение и образ жизни, проявлять терпимость и искать общения.

Возьмем, например, идеологию нацизма. Каким образом ее внедрили в немецкую культуру? Путем извращения самых лучших ее черт, путем игры на струнах эгоизма. Нацистские вожди игнорировали гуманизм Канта, универсальность идей Гёте, широту произведений Бетховена. Они навязывали народу лозунг расового превосходства и мрачный культ насилия, стремясь причудить своих соотечественников к мысли, что на протяжении всей своей истории Германия шла именно по этому пути. Аналогичным образом они фальсифицировали и саму историю, сводя ее к расовой конфронтации, разжигая воспоминания о прошлых войнах и поддерживая все, что очерняло тех, на кого они ввалили ответственность за былые поражения, оправдывая таким образом необходимость реванша в будущем. Сегодня все это кажется безумным и нереальным.

В связи с этим интересно вспомнить один эксперимент, в котором ЮНЕСКО принимала непосредственное участие. Сразу же после войны одной из задач нашей Организации был пересмотр исторических трудов с целью выявления фактических ошибок и необъективных суждений, причем в этой работе участвовали историки обеих воевавших сторон. И хотя они взялись за дело с самыми добрыми намерениями, эксперимент окончился провалом. Ученые разошлись во мнениях не только в интерпретации фактов, но даже относительно достоверности некоторых из них.

Что же из этого следует? Выходит, война оставила в умах людей такой след, что сразу после ее окончания надежда достичь объективного взгляда на вещи была утопией?

— Я думаю, что этот эксперимент был преждевременным. Но корень зла гораздо глубже. Как я уже говорил, война вспахала подготовленную почву. Манипулируя культурой и историей, она обнажила старые раны, углубила шрамы, оставшиеся от прежних войн. Любые конфликты зачастую приводят к тому же, даже если их сторонники и не заходят так далеко, чтобы декларировать то или иное «окончательное решение».

Корни войн глубоко вросли в прошлое многих народов. Чтобы вырвать их, необходимы непрерывные мужественные усилия поборников истины. Естественно, решающую роль в этом процессе призваны играть политические лидеры. Но не только они. Философы, художники, кинорежиссеры и журналисты — все они, намеренно или непроизвольно, вносят свою лепту, вызывая интерес и уважение к чужой и своей культуре.

И здесь значение ЮНЕСКО как инструмента мобилизации усилий на международном уровне очень велико. Ученые, преподаватели школ и университетов также должны принять участие в этой работе. Неизменным двигателем интеллектуального процесса, практической взаимопомощи исследователей всех регионов мира является беспрепятственное распространение научной и технической информации. Обмен опытом между педагогами также способствует осознанию того, что в каждом из нас заложена драгоценная частица истины... И что никто, абсолютно никто, не обладает монополией на истину. Вот здесь, на зыбкой границе между сомнениями и уверенностью, самоуважением и уважением других, и должно быть наше место, если мы хотим служить свободе и развивать творческие способности.

Открывая новую страницу мировой истории, увенчанную эмблемой культуры мира, мы должны обеспечить доступ к образованию и знаниям для всех без исключения и перестать делать их привилегией определенных людей в отдельных странах. Это наша мечта. Мечта о новой странице, которая должна быть написана новым языком, создаваемым день за днем свободными гражданами, открыто выражающими свои мысли и не встречающими ограничений в творчестве; языком, который отражает наше подлинное стремление к миру, лишен каких-либо претензий на исключительность и превосходство и может, наконец, стать уникальным двигателем культуры. ■





Математика — одна из наиболее абстрактных форм умственной деятельности. В то же время мы используем математические навыки не только в вопросах теории, но и при решении множества практических проблем повседневной жизни. Первоначально формирование этих навыков было тесно связано с развитием письменности. Одним словом, математика — неотъемлемая часть нашего культурного наследия и истории.

Многие из нас помнят, сколько прилежания и настойчивости требовалось, когда мы делали первые шаги в её изучении. Столь же неослабное внимание, помноженное на страстную любовь к предмету, нужно студентам и математикам-профессионалам.

В этом номере мы предлагаем всем читателям — даже тем из них, для которых законы арифметики так и остались закрытой книгой, — совершить экскурсию по торным дорогам и узким тропинкам мира математики, проложенным в разные времена в различных странах.

Перед авторами статей была поставлена нелегкая задача — кратко раскрыть предложенную тему, пользуясь простым и общедоступным языком. В тех случаях, где это было возможно, они постарались связать историю математики с социальным, культурным и даже лингвистическим контекстом.

Существует ли общий знаменатель, единая логическая цепочка, связывающая все математические действия? Многие материалы, помещенные на страницах нашего журнала, позволяют думать, что это именно так. Ведь еще полторы тысячи лет назад греческий философ Прокл говорил, что математическое мышление представляет собой единство в многообразии, неделимое в делимом и бесконечное в конечном.

*«Единство трех измерений в числовом кубе».
Работа мексиканского художника Хуан-Луиса Диаса.*

Рождение чисел

ДЖЕЙМС РИТТЕР



Математика и письмо существуют в тесном симбиозе. Недавние археологические открытия показали, что именно необходимость измерять, делить и распределять материальные ценности дала импульс созданию первых систем письма. В свою очередь возникновение математики, выходящей за рамки простого счета, нельзя представить без некоей материальной основы; без письменности человек, ограниченный возможностями памяти, обречен обходиться узким набором манипуляций с числами.

Однако обратимся к археологическим открытиям последних десятилетий, позволившим проследить развитие двух систем письма: одной на юге Месопотамии, примерно в середине 4-го тысячелетия до н. э., и второй, появившейся несколько позднее в окрестностях Сузы в Иране. Данные исследований свидетельствуют, что письменность тоже не может возникнуть без материальных предпосылок, в частности без потребности в документальных записях.

В те времена записи делались на глине (практически вечном материале), а первыми документами были счета. Широкое распространение получила месопотамская клинопись, просуществовавшая около 3000 лет. Ею пользовались для записей не только на шумерском и аккадском, но также на хеттском, эламском, хурритском и других языках древнего Ближнего Востока. Клинопись была забыта лишь в начале нашей эры.

В конце 4-го тысячелетия до н. э. в Египте зародилась и начала быстро развиваться независимая цивилизация. О возникновении древнеегипетской системы письма известно мало, так как надписи — кроме монументальных — делались на папирусе (сырье для которого давало похожее на камыш растение, растущее по берегам Нила и в его дельте) и других недолговечных материалах. Поэтому египетских документов до нас дошло в тысячи раз меньше, чем месопотамских.

Система счета

В 3-м тысячелетии до н. э. в Египте и Месопотамии возникло абстрактное понятие числа. Поначалу каждое число относилось к опреде-

Вверху: фрагмент локтя (525 мм) — измерительного прибора, применявшегося в Древнем Египте.

Справа: вид сверху города Ур (Ирак). Вверху виден зиккурат.



ленной группе объектов, например «четыре овцы» писалось иначе, чем «четыре меры зерна».

Разные системы мер существовали обособленно. Единицы площади, например, не имели прямой связи с единицами длины, поскольку зависимость между ними (площадь можно вычислять, зная длину и ширину) еще не была установлена.

Впрочем, сам процесс записи чисел и результатов измерения, естественно, позволял обнаружить общие закономерности. Но на их осознание в Египте и Месопотамии ушло около тысячи лет, так что лишь к концу 3-го тысячелетия до н. э. египетские и шумерские писцы научились, используя длину, вычислять площадь и объем, делить продовольствие для рабочих на порции, подсчитывать время, необходимое для выполнения работы в зависимости от ее объема, числа людей и производительности их труда. Можно также проследить, как постепенно достигался новый уровень абстракции, при котором понятие числа все больше отделялось от процесса измерения.

К началу 2-го тысячелетия до н. э. обе цивилизации имели абстрактные системы счета, хотя пришли к ним различными путями. Египтяне создали десятичную систему счисления, какой пользуется сегодня большая часть



Внизу: два писца составляют описание военных трофеев ассирийского царя. Рисунок утраченной настенной росписи неоассирийского периода.

цивилизованного мира: через каждые девять единиц следует переход к новому, более высокому разряду; после девяти «единиц» идет «десять», после девяти «десятков» — «сто» и т. д. Но в отличие от современных систем у древних египтян запись чисел была «аддитивной»: для обозначения каждого разряда существовал свой знак, который ставился по мере надобности.

В Вавилоне система счисления была шестидесятеричной, в ней впервые применялся позиционный принцип. Обозначения чисел повторяются после пятидесяти девяти, а их величина определяется позицией цифры в числе как целом.

Обучение писцов

Такую систему счета можно освоить только в результате специального обучения, поэтому изобретение письма повлекло за собой создание школ. Известно, что изучение арифметики начиналось на раннем этапе обучения детей, одновременно с чтением и письмом, причем математика тогда, как, впрочем, и





сегодня, считалась чуть ли не самым трудным предметом.

Классическим текстом, которым пользовались в школах в первой половине 2-го тысячелетия до н. э., стал один из гимнов. Он посвящен Шульги, царю Ура, захватившему Северную Месопотамию (ок. 2000 г. до н. э.). В этом тексте царь хвалится своими успехами в учебе и гордо заявляет: «Я превосходно вычитаю и складываю, владею счетом и составляю счета».

Пройдет тысяча лет, и ассирийский царь Ашшурбанипал повторит в одном из своих гимнов: «Я умею находить обратные величины и произведения, которых нет в таблицах».

Как же проходило в Древнем Египте и Месопотамии обучение молодого писца, которому предстояло стать «математиком»? Как правило, это был мальчик (хотя девочкам не запрещалось учиться, свидетельств об их обучении не сохранилось). Сначала он попадал в школу, где дети богатых и могущественных людей учились вместе со своими менее обеспеченными сверстниками, которым образование иногда помогало достичь более высокого положения в обществе.

Чему же учили будущего писца в течение десяти лет? До нас дошли образцы школьных упражнений, в частности по математике, а о пребывании в школе можно судить по так называемым «диспутам писцов». Так, например, один месопотамский писец похваляется перед другим своими успехами: «Я хочу составлять таблицы мер от 1 *гур* овса до 600 *гур*, таблицы веса от 1 шекеля до 20 мин серебра, брачные контракты, торговые договоры, договоры о продаже домов, полей, рабов, заклады серебра, договоры об аренде земель, договоры о выращивании пальм и даже свидетельства об усыновлении: я знаю, как все это делать».

В другом, типично египетском, тексте один писец поддразнивает другого: «Ты пришел сюда и прожужжал мне все уши своими делами. Я докажу, что ты хвастун, как только ты получишь задание. Я докажу, что ты зря похваляешься: «Я писец, я надзираю за работой».

Надо построить пандус длиной 730 и шириной 55 локтей, в нем должно быть 120 секций из дерева и камыша, высота в верхней точке — 60 локтей, в середине — 30, с укло-

Египетские писцы составляют опись погребальных принадлежностей Мастаба Ахетотена. 5-я династия Древнего царства (2450—2290 до н. э.).

Изображение чисел в Древнем Египте и Вавилоне

Ниже показано, как писцы Древнего Египта и Вавилона записали бы с помощью своих символов число 1989.

Египет



Египетская иероглифическая система счисления была десятичной. Для обозначения тысячи используется один символ, для сотен — девять, для десятков — восемь, для единиц — девять.

Вавилон



Вавилонская система счисления была шестидесятеричной. При основании 60 число 1989 записывается как 33 раза по 60 плюс 9 раз по единице. Расположение девяти символов справа означает, что это единицы; слева пишутся символы, означающие, что 60 берется 33 раза.

ном в 15 и с основанием в 5 локтей. Сколько потребуется кирпичей?

Собрались все писцы, но ни один не знает, как сосчитать кирпичи. Все обращаются к тебе и просят: «Ты умелый писец, знаменитость, реши для нас эту задачу, друг наш!» Пусть никто не скажет: «Вот что-то, чего он не знает». Сосчитай, сколько нужно кирпичей. Смотри, вот все размеры: каждая секция имеет 30 локтей в длину и 7 в высоту».

Но все это свидетельства скорее литературные. К счастью, есть и чисто математические тексты, которыми пользовались в школах Египта и Месопотамии, причем принадлежат они к двум разным периодам: одни относятся к первой половине 2-го тысячелетия до н. э., другие — к эпохе греческого и римского владычества в конце 1-го тысячелетия до н. э. Тексты эти делятся на два типа — таблицы и задачи.

Типичным примером служит вавилонская таблица квадратных корней, которая относится к началу 2-го тысячелетия до н. э. Систематизированное построение и содержание этой таблицы говорят о том, что степень абстрагирования была уже достаточно высока. А что делать, если в таблице нет нужного корня? Оказывается, его можно легко вычислить, пользуясь близкими по значению величинами. До недавнего времени так поступали

и на Западе. В Вавилоне и Египте так пользовались таблицами умножения, квадратных корней и сложения дробей. Встречаются и записи задач. Типичным примером служит египетский папирус, датированный серединой 2-го тысячелетия до н. э. Начинается он с постановки задачи: «Дана пирамида. Ее сторона — 140 локтей, уклон — 5 ладоней и 1 палец на локоть. Какова высота пирамиды?»

Здесь данные представлены уже в виде абстрактных переменных, а конкретных чисел; затем идет решение по действиям и в конце ответ. В каждом действии используется либо полученный ранее результат, либо заданные условия.

Ни последовательность действий, ни способ решения в тексте не объясняются, но их легко понять, следуя логике вычислений: опираясь на эту модель, ученик сможет решить любую задачу такого типа. Кроме того, задачи часто сгруппированы таким образом, что ученик может тут же применить освоенный метод. Так, приведенный нами пример решается на основе предыдущей задачи, где требуется определить угол наклона пирамиды при известных длине и высоте, а вслед за ним идет задача на определение угла между боковой поверхностью и основанием конуса.

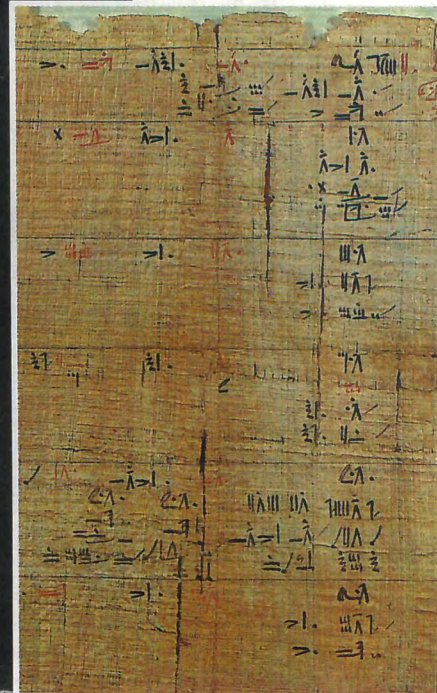
Конечно, не все задачи имели такую практическую направленность. Главная цель занятий состояла в том, чтобы научить будущего писца применять определенные математические приемы. Важно было научиться решать, а не применять эти решения на практике, именно поэтому многие на первый взгляд «жизненные» задачи в сохранившихся текстах далеки от реальной жизни: на вавилонской табличке записана задача, в которой для определения площади поля используется сломанный мерный стержень; в египетском документе писцу дается задание подсчитать размеры стада, исходя из числа коров, отданных сборщику налогов.

Методическая цель подобных задач и таблиц ясна. Более того, они направлены на формирование своеобразного подхода к понятиям абстракции и обобщения в математике: вместо того, чтобы пойти по пути абстрагирования со все новыми уровнями обобщения, египетская и вавилонская математика создала методiku, в основе которой лежит набор типичных примеров, позволяющий интерполировать известные результаты на новые задачи. Подобный подход характерен и для других областей знаний древности: медицины, прорицания и астрологии. В Египте и Месопотамии они составляли особую область «рациональной практики».

Слово, которого не было

По разнообразным дошедшим до нас документам — счетам, перечням профессий, упо-

ДЖЕЙМС РИТТЕР, американец, преподает математику и историю науки в Университете Париж VIII. Его работы посвящены теории относительности и истории ее создания, а также математике Древнего Египта и Месопотамии. Он принимал участие в коллективном труде «Éléments d'histoire des sciences» (ed. Bordas, Paris, 1989) под редакцией Мишеля Серра.



Отрывок из большой таблицы удвоения дробей из математического папируса Ринда. Этот папирус, датированный 1650 г. до н. э. и скопированный с более ранней работы, является редчайшим источником сведений о древнеегипетской математике.

Слева: фрагменты месопотамской таблицы, датированной началом 2-го тысячелетия до н. э.

минаниям в литературных и исторических текстах, — даже по картинам и скульптурам мы можем составить представление о профессиональных занятиях начинающего писца. Однако напрасно мы будем искать в них упоминания об ученом-«математике» в нашем понимании. Ни в одном из древних языков Египта и Месопотамии нет слова «математик».

Перед молодыми писцами открывались две возможности. Некоторые становились учителями математики и придумывали новые задачи для следующего поколения школьников, тем самым пополняя и углубляя математические приемы.

Кроме того, выпускник школы мог стать счетоводом — составителем смет, учетчиком продуктов, земли и зерна. Писцы были вездесущи, их усердный труд запечатлен на египетских фресках и ассирийских дворцовых рельефах. Они усердно трудились на благо своего хозяина, будь то частный землевладелец или государство. Они занимали привилегированное, хотя и подчиненное положение. Подобно своим коллегам-учителям, писцы не принадлежали к власти имущим, а служили им и служили, видимо, неплохо, раз те запечатлевали их на стенах своих дворцов как зримые символы власти и богатства, которое они так усердно подсчитывали. ■

Лилавати — милостивая госпожа арифметика



Фрагмент копии
(дата неизвестна)
рукописи на санскрите,
составленной в 750 г.,
с изображением
геометрических фигур.

На с. 19: солнечные часы
обсерватории под
открытым небом
в Джайпуре (Индия),
построенной в 1728 г.

ФРЭНСИС ЦИММЕРМАН

В VIII в. арабские ученые, исследовавшие в Индии математические тексты на санскрите, сделали два важных открытия, с которыми они в дальнейшем ознакомили западный мир. Это — позиционная нотация чисел, использующая десятичную систему счисления, включающую концепцию нуля, а также тригонометрия, оперирующая понятием синуса.

Далеко не случайно, что столь значительные достижения в письменности, решении вычислительных и измерительных задач были сделаны именно индийскими математиками. Это отражало традиционные интересы индийского общества; его ученые всегда с особым вкусом и талантом оперировали грамматическими формами.

В Древней Индии математика, как и все остальные научные дисциплины, подчинялась правилам и стилистическим формам санскрита, а также канонам стихосложения, поскольку большинство научных текстов было написано в стихах.

Великие математические труды на санскрите, авторами которых были члены высшей жреческой касты брахманов, обычно состоят из основного, часто криптографического, текста, представляющего собой так называемые сутры или афоризмы, либо изложенного в виде стихов, которые заучивали наизусть. Прозаические комментарии поясняют смысл этих древних трактатов, подтверждая их афористический характер и указывая на то, что эти тексты были намеренно составлены как краткое изложение мыслей учителя, выраженных в наиболее доступной для запоминания форме.

Свидетельства раннего применения цифр как графических символов можно найти в надписях, высеченных на камне и медных монетах, которые изучают археологи: так, например, в надписях Ашоки, датируемых 3 в. до н. э., есть цифры 4 и 6. Однако их редко можно встретить в чисто математических текстах. Арабские цифры, названные так из-за того, что они стали известны благодаря работам арабских авторов, фактически являются индийскими. Однако в текстах на санскрите они почти не фигурируют, поскольку было принято обозначать их описательно или с помощью буквенных символов. Необходимо четко различать основные тексты, написанные в стихах, и прозаические комментарии, которые, собственно, и дают нам информацию о способе записи цифр в процессе вычисления.

Цифры записывались вертикально в несколько строк. По крайней мере это следует из комментария к трактату «Арьябхаттам», сделанного Бхаскарой Старшим в 629 г. К сожалению, индийские рукописи были недолговечны и могли сохраняться в среднем

Задача из сочинения индийского математика XII в. Бхаскары «Лилавати» («Арифметика»)

अथ विष्णुपजात्युदाहरणम्—
पञ्चांशोऽलिङ्कुलात्कदम्बपगमरत्वंशः शिलीःघ्नं तयो-
र्विष्णुपत्त्रिगुणो मृगासि कुटजं दोलायमानोऽपरः ।
कान्ते केतकमालतीपरिमलप्राप्तिकालप्रिया-
दूताहूत इतस्ततो भ्रमति खे भृङ्गोऽलिसंख्यां वद ॥

Приведение дробей к общему знаменателю:

Часть пятая из роя пчел жужжащих
Душистым лотосом была привлечена,
А третья часть от оных самых члелок
Над деревом банановым вилась.
Другая группа этих самых пчелок,
Количество которых составляло
Утроенную разность первых двух,
О, моя прелесть с глазами газели!
Слеталась к дереву с названьем кодага,
Кора которого — горчайшая из горьких,
Употреблялась как хинин всегда.
И наконец, последняя пчела
Металась нерешительно туда-сюда,
Влекаемая поочередно ароматом
И нежного жасмина, и пандана.
Скажи же мне, мое очарование,
Как много пчел первоначально было в рое?

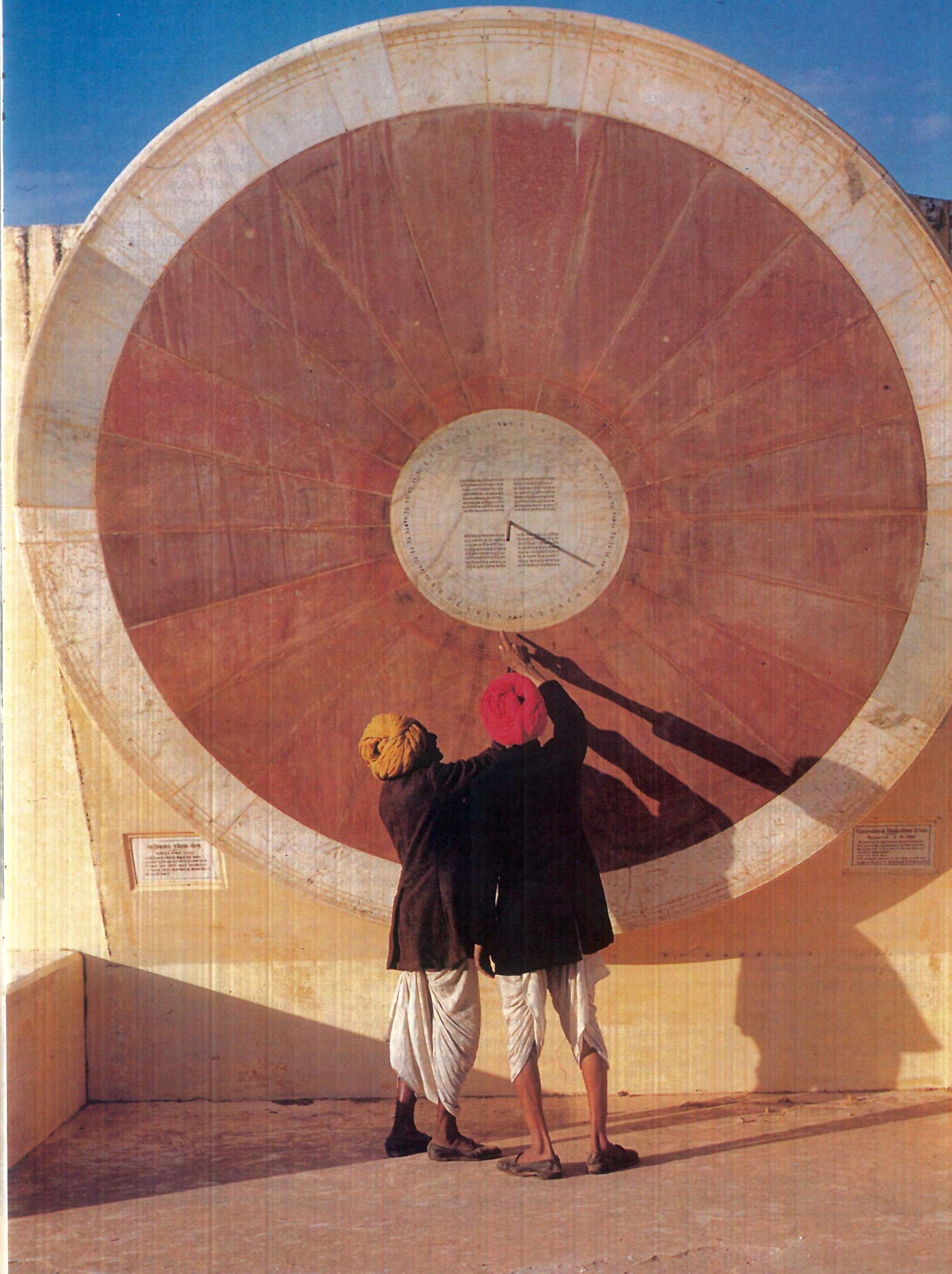
Примем общее количество пчел за x , тогда

$$x = \frac{x}{5} + \frac{x}{3} + 3x \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + 1$$

Приводим уравнение к общему знаменателю

$$x = \frac{3x}{15} + \frac{5x}{15} + 3x \left(\frac{5}{15} - \frac{3}{15} \right) + 1$$

$$x = 15$$



सूर्यमंडल की रचना
सूर्यमंडल की रचना
सूर्यमंडल की रचना

सूर्यमंडल की रचना
सूर्यमंडल की रचना
सूर्यमंडल की रचना

лишь около трех столетий. Написанные на бумаге или пальмовых листьях, они разрушались под воздействием грибков и насекомых. Дошедшие до нас рукописи с комментариями Бхаскары являются более поздними копиями, и манера их написания не может считаться характерной для древних времен. Труд Бакхсали, датируемый XII в. и, по-видимому, являющийся самым старым из подобных манускриптов, содержит вычисления, написанные арабскими цифрами, которые размещены в несколько строк в рамках внутри математического текста на санскрите.

Отсутствие графических символов и цифр в афоризмах и стихах классических математических текстов не означает, что такая символика полностью исключается; просто в них используются символы грамматического и риторического характера. Благодаря фактически неограниченным синонимическим возможностям санскрита числа в нем представляются фразами и метафорами. Так, *найяна* (глаз) или *бабу* (рука) означают также число 2, *агни* (огонь) — 3 (с намеком на 3 ведические формы ритуального огня), а *адри* (гора) — 7 (ссылка на 7 гор в индийской мифологической географии). Слова «небо» и «космос» означают ноль. Порядок цифр, составляющих число, обратен порядку современных числовых систем: например, число 23 записывалось бы как *агни-найяна*.

Такой символизм позволял передать в стихотворной форме ряд цифр, которые сегодня были бы представлены в виде таблицы. В Индии, как и во всех других странах, астрономические данные в календарях на протяжении столетий давались в числовых колонках. Но такая манера была изобретением арабов, в древних же текстах на санскрите числа записывались в виде стихотворных строф.

Другая форма числового символизма, часто используемая в астрономических и



Бронзовая статуя Шивы в ипостаси Винадхары (покровителя наук и искусств), XI в. В индийской числовой символике на санскрите слово **рудрасья** (пятиликий Шива) означает число 5.

математических текстах, основывается на санскритском алфавите. Существует несколько систем такой записи. Система *катанайяди*, широко используемая на юге Индии, позволяет представлять очень большие числа и тригонометрические таблицы в форме мнемонических выражений, афоризмов и стихов. Этот способ достаточно гибок, и фразы, символизирующие те или иные числа, имеют также и другое значение. Например, духовное предписание *акарьяваг абхедья* (что буквально означает: «Нельзя изменять слову Учителя») кодирует запись числа 1434160, хронограмму 1434160-го дня эры Кали, в который философ Шанкарачарья осуществил определенные реформы.

Имела ли такая поэтическая форма выражения влияние на математическое мышление? Существовала ли какая-нибудь особенность в способе мышления или в социальном статусе индийских математиков, которая заставляла их излагать свои учения в литературной форме?

В Индии никогда не было ни каст математиков, ни даже настоящей математической школы. Математики, если под таковыми понимать людей, писавших на санскрите или пользовавшихся санскритскими текстами, посвященными вопросам геометрии, арифметики или алгебры, работали в тесном взаимодействии со знатоками ведического и брахманского ритуала. Будучи брахманами, или членами высшей жреческой касты санскритской культуры, они определялись среди ученых словом *джотиривид* — «знатоки звезд». В труды по астрономии обычно включались математические тексты, а тригонометрические выкладки входили туда только для определения угловых расстояний между звездами.

Отношение длины окружности к диаметру (π)

चतुरधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तया सहस्राणां ।

अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणारुः ॥

Прибавь четыре к сотне и умножь на восемь,
Потом еще шестьдесят две тысячи прибавь.
Когда поделишь результат на двадцать тысяч,
Тогда откроется тебе значенье
Длины окружности к двум радиусам отношенья.

Эти стихи индийского математика VI в. Арьябхаты содержат наиболее древнюю формулировку нахождения приблизительного значения отношения длины окружности к диаметру, которое позднее стало именоваться величиной π.

$$\frac{\text{длина окружности}}{\text{диаметр}} = \frac{62832}{20000} = 3,1416$$

ФРЭНСИС ЦИММЕРМАН, французский философ и этнолог, руководитель научной программы в Национальном центре научных исследований.

Как и вся брахманская наука (*шастра*), математика развивалась в основном в религиозных целях: она помогала правильному соблюдению ритуалов. Мы ничего не знаем о жизни великих индийских математиков, но можем довольно точно представить себе религиозную и научную среду, в которой они работали, потому что ее влияние ощущается в стилистике трудов на санскрите. После того как ученики зазубривали текст и он слово в слово «отпечатывался» у них в голове, учитель приводил устные примеры, дополняющие материал, и пояснял входящие в него вычисления. Таков был путь к знаниям и духовному совершенствованию.

Для решения арифметических задач традиционно использовалась датируемая XII в. книга математика Бхаскары «Лилавати». Этим объясняется, почему она заканчивается строфой, содержащей двойной смысл, в которой автор сравнивает свою Лилавати, свою «милостивую» (это слово обозначает также «арифметика»), с женщиной, наделенной всеми добродетелями *джати* (что значит благородное происхождение, а в математическом смысле — приведение дроби к общему знаменателю). «Радость и счастье не покинут в этом мире того, кто крепко прижимает к сердцу *кантхасахту* (то есть знает наизусть)».

От ритуальной геометрии к трактату Бхаскары

К древнейшим из дошедших до нас текстов относятся *сульбасутры*, или «Принципы измерения хорд», написанные, как полагают, между 5 и 1 вв. до н. э. Это — трактаты, излагающие правила построения алтарей для ведических ритуальных жертвоприношений, которые выкладывались кирпичами в соответствии с символическими формами. Геометрические конструкции, рассматриваемые в этих трудах, основаны на знаниях свойств нескольких особых случаев прямоугольных треугольников (например, имеющих стороны, относящиеся друг к другу в пропорции 3—4—5, 5—12—13, 7—24—25 и т. д.) и на следующем общем правиле: площадь квадрата, построенного на диагонали прямоугольника, равна произведению длины и ширины прямоугольника; площадь квадрата, построенного на диагонали квадрата, равна удвоенной площади исходного квадрата. Однако это правило приводится здесь не как теорема, а как основополагающий принцип, как формула обеспечения правильного выполнения ритуала и руководство для строителей. Само слово *сутра*, имеющее первоначальный смысл «афористичность в стиле», в последних трактатах приобрело смысл технического руководства при строительстве.

Индийские ученые не оперировали теоремами: они использовали правила, основанные на рассуждениях, которые в свою очередь были порождением интуиции. Эти правила, афоризмы и мнемонические стихи основных текстов являются не результатом доказательства, а скорее руководством для геометрического конструирования, выполняемого читате-



Нанда, названный отец Кришны, консультируется с астрологом. Миниатюра конца XVIII в. Кангра.

лем или комментатором. Даже в алгебре в типичном методе рассуждения проводится связь площади с произведением множителей и предполагается построение геометрической фигуры.

Часто упоминается, что индийцы были скорее алгебраистами, чем геометрами: судя по всем комментариям к трудам Арьябхаты (VI в.), Брахмагупты (VII в.) и Бхаскары (XII в.), геометрия была основным полем приложения правил арифметики и алгебры. Геометрическое пространство и числовые комбинации воспринимались как две грани одной и той же реальности. Алгебраические решения осуществлялись на основе геометрических построений. Доказать что-либо означало показать решение в интуитивно ясной форме. Как сказал один из комментаторов: «Количественное доказательство необходимо тем, кто не понимает доказательства пространственного». Таким образом, в индийской математике размышление означало наглядный показ интуитивного решения. ■

ЖАН-КЛОД МАРЦЛОФ

То, что принято называть «китайской математикой» и что сами китайцы в древности называли «искусством счета» (суаньчу), охватывает по сути широкую гамму приемов и направлений, существовавших в Китае в период между 1-м тысячелетием до н. э. и падением маньчжурской династии Цин в 1911 г. Затем развитие науки пошло по западному пути, и традиционная китайская математика стала практически недоступной для тех, кто не имеет классического образования.

Прорицания, астрономия и математика

В те давние времена, когда создавались канонические китайские тексты, письменность уже играла важную роль (классическая литература всегда необходима при подготовке интеллектуальной элиты), математика же еще не стала тем разделом знаний, которому посвящают отдельные труды.

Однако она сыграла свою роль в появлении феномена, названного синологом Л. Вандермеершем «рациональным прорицанием». Поначалу предсказания, связанные с гаданием на черепашьем панцире, костях разных животных и тысячелистнике, основывались на толковании разнообразных природных явлений, в особенности метеорологических и астрономических (радуги, гало, ветров, метеоритов, затмений, пятен на Солнце, расположения звезд и т. п.). Однако это обилие знамений не мешало применять и чисто рациональные способы исследования мира: прорицатели не без успеха пользовались

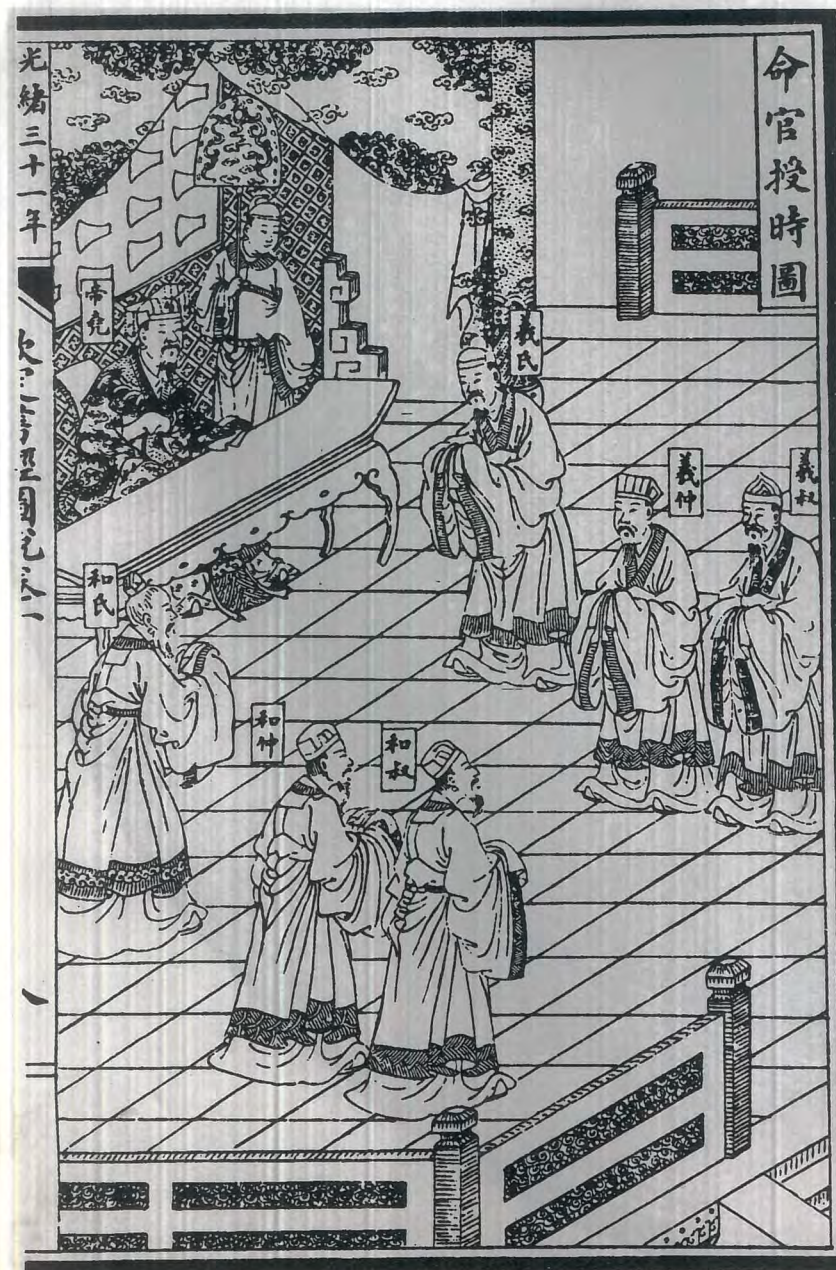
*Эта многоцветная
небесная карта 1453 г.,
изображающая 1420 звезд,
украшает потолок одного
из залов храма Лонфу
в Пекине.*



своими наблюдениями при составлении числовых и арифметических таблиц, с помощью которых не только фиксировались события прошлого, но и предсказывалось повторение некоторых из них в будущем. Определенные пророчества, связанные с регулярно повторяющимися небесными явлениями, подтверждались: так появились календарь и астрономия, базировавшаяся на математике.

Однако каждая новая династия, доказывая законность своих прав на престол, вводила новый календарь, поэтому правителям всегда требовались люди, умеющие производить календарные и астрономические расчеты. Постепенно сложился целый штат придворных «хранителей времени», игравших роль и историков-летописцев, и звездочетов, которые уделяли немало времени поиску методов предсказания небесных явлений (сближения небесных тел, затмений Солнца и Луны и т. д.).

Легендарный император Яо поручает астрономам Си и Хэ разработать календарь и воздать должное небесным телам. Гравюра конца маньчжурской эпохи (1905).



Правда, должность придворного звездочета — составителя календарей была по тем временам незавидной. Накопленные ими знания передавались, как правило, от отца к сыну, поэтому их считали просто хранителями традиций, не заслуживающими особого уважения.

Одним из примечательных факторов того времени была постоянная борьба между соперничавшими астрономическими школами. С начала нашей эры до XVI в. календарь передельвали на менее 50 раз. Однако столкновения ученых чаще оказывались конструктивными, нежели разрушительными, поскольку приводили наблюдения и прогностические расчеты в большее соответствие.

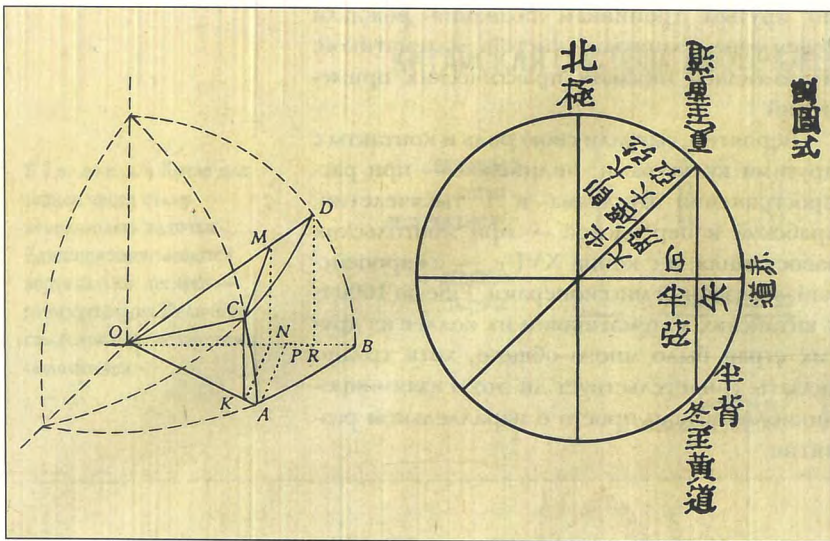
К сожалению, до нас дошло очень мало трудов, посвященных исключительно астрономическим расчетам математиков. Чаще всего приходится довольствоваться включенными в сокращенном виде в летописи документами, которые составлены людьми, далекими от этой области знаний.

Чиновные математики Небесной империи

Во времена династии Хань (206 до н. э. — 220 н. э.) появился новый раздел математики. Были составлены специальные руководства, в которых излагались задачи и способы их решения, сгруппированные в главы в зависимости от возможного практического применения. Причем фактическая точность и реальность изложенных в них ситуаций так велики, что по содержанию задач можно воссоздать целые картины общественной и экономической жизни Китая той или иной эпохи. Не забыта ни одна практическая деталь, идет ли речь о сборе налогов, управлении рабочей силой, наземных и водных перевозках, охране порядка и снабжении войск. На таких сборниках учились многие поколения чиновников-математиков, требовавшихся императорскому бюрократическому аппарату.

При династии Тан (618—907) была введена система экзаменов, предполагавшая овладение не только грамотностью, но и основами математики, хотя ей в целом уделялось минимальное внимание. Тем не менее в «Школе сыновей государства» математику изучали 7 лет по классическому учебнику «Математика в девяти книгах». В 1084 г. во время правления династии Южная Сун власти сочли необходимым даже напечатать это пособие, однако после 1230 г. математику исключили из школьной программы, оставив в ней только гуманитарные предметы.

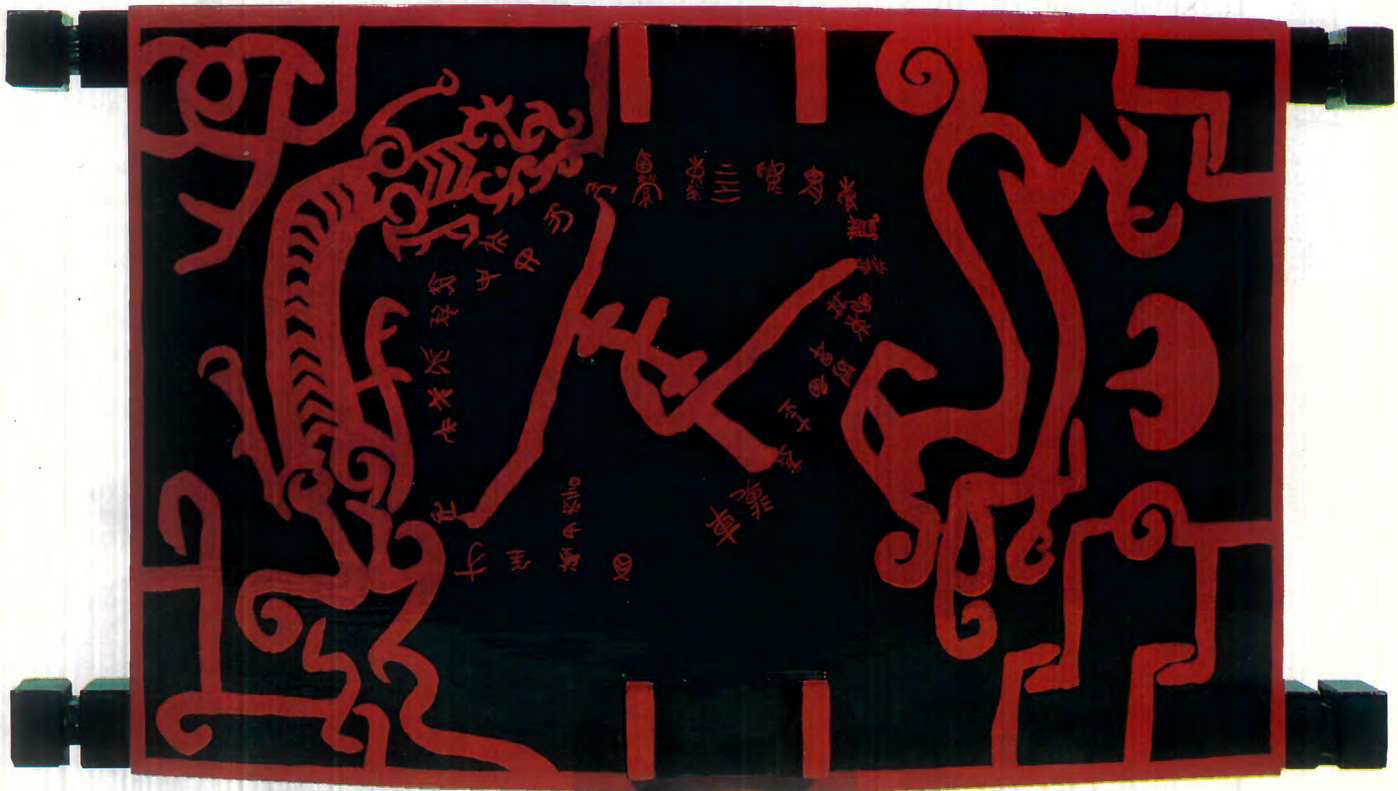
Как ни странно, краткие периоды официального признания математики не совпадают с моментами ее расцвета. Напротив, наибольших успехов эта наука добивалась в то время, когда империя дробилась на части,



Задачи по сферической тригонометрии астрономов—составителей календарей Го Шоу Цзина (1276 г., слева) и Син Юн Люя (1600 г., справа).

шли войны и распался бюрократический аппарат. Например, в период Борющихся царств (453—222 до н. э.) последователи философа Мо-цзы разработали элементы логики, которые, впрочем, вскоре были забыты. В эпоху Троецарствия (220—265 н. э.) величайший китайский математик Лю Хуэй разработал метод строгих математических доказательств. К сожалению, о жизни ученого нам ничего не известно. Во время монгольского нашествия математикам удалось получить множество новых результатов, однако и они лишь мелькнули на небосклоне ученого мира и тут же были забыты.

В XIII в. по Китаю путешествовал, распространяя результаты своих математических исследований, знаменитый Чжу Шицзе. Примерно в те же времена отшельник по имени Ли Чжи (1192—1279) организовал небольшой кружок, который занимался изучением тайн природы и чисел; именно здесь зародились основы китайской алгебры. Нако-



Крышка сундука начала эпохи Борющихся царств (ок. 433 г. до н. э.): Большая Медведица (в центре) окружена наименованиями и символами 28 дней лунного календаря.

нец, в XIX в., вскоре после опиумной войны, когда Китайскую империю сотрясали ужасные катастрофы, Ли Шаньлянь (1811—1882), провалившись на экзаменах по литературе, посвятил себя искусству математики и открыл формулы суммирования конечного числа элементов, которые в XX в. поразили крупного венгерского математика П. Турана.

Причину столь внезапных взлетов и падений этой науки в Китае понять трудно. Возможно, во время политических перемен интеллектуальная элита освобождалась от обязанности готовиться к бессмысленным придворным конкурсам. Господствующая идеология — конфуцианство — отводила

математике весьма скромную роль, и те, кто чувствовал к ней призвание, могли спокойно предаваться любимому занятию.

Начиная с XVIII в. филологи и текстологи мечтали превратить математику во вспомогательный раздел истории. Делались попытки использовать астрономию, базирующуюся на математике, для проверки достоверности классических трудов, в которых описывались те или иные природные явления (в особенности солнечные и лунные затмения). Многие в то время с энтузиазмом принялись изучать «конкретные науки»: экономику, гидравлику, гражданское строительство, архитектуру. Но были и такие, у которых блуждания

по круглым тропинкам познания рождали стремление заняться чистой математикой, не имеющей никаких практических применений.

Вероятно, сыграли свою роль и контакты с другими культурами: индийской — при распространении буддизма в I тысячелетии, арабской и персидской — при монгольских завоеваниях, а с конца XVI в. — с европейской, завезенной миссионерами. Еще до 1600 г. у китайских математиков и их коллег из других стран было много общего, хотя трудно сказать, свидетельствует ли это о взаимопроникновении или просто о параллельном развитии.



Круглый лунный календарь из позолоченной бронзы эпохи династии Цин (1744).

КИТАЙСКАЯ СИСТЕМА ИЗОБРАЖЕНИЯ ЧИСЕЛ

К 3 в. до н. э. в Китае для записи чисел стали использовать палочки.

Единицы записываются вертикально, десятки — горизонтально. Величина символов определяется их положением:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ЕДИНИЦЫ						┌	┌┌	┌┌┌	┌┌┌┌
СОТНИ						└	└└	└└└	└└└└
ДЕСЯТКИ ТЫСЯЧ						┐	┐┐	┐┐┐	┐┐┐┐
ДЕСЯТКИ ТЫСЯЧИ	—	==	===	====	=====	└┐	└┐┐	└┐┐┐	└┐┐┐┐

ЧИСЛО 34 567
ЗАПИСЫВАЕТСЯ ТАК: ||| ≡ ||||| └┐ └┐┐

Например, китайский ноль, впервые появившийся в астрономических таблицах около 1200 г. в виде маленького кружка (таким он сохранился и до наших дней), возможно, имеет индийское происхождение. Математические игры, как древние, так и средневековые — греческие, индийские, арабские, европейские и китайские, — зачастую поразительно похожи. Многие сходные математические методы существовали параллельно в Греции и в Китае: после Евклида объем пирамиды подсчитал Лю Хуэй (III в.), который также вслед за Архимедом вычислил объем тела, образующегося при пересечении двух ортогональных цилиндров. И таких примеров можно привести множество.

Но даже если предположить, что китайская математика испытала воздействие извне, все равно ей не отказать в самобытности и целостности.

Своеобразие геометрических построений

В китайской математике нет строгих геометрических рассуждений, базирующихся на последовательном логическом применении аксиом, постулатов, определений или теорем, нет и абсолютных истин в духе Евклида. В ней все относительно. Китайская геометрия не знает ни углов, ни параллельных линий, только длину, площадь и объем. Нет здесь алгебры в том виде, в каком она была у арабов, нет нахождения корней уравнений с помощью радикалов или графических методов. Нет и «риторической» алгебры, воплощенной в прозе и стихах.

Однако китайская математика исходит не только из эмпирических знаний. Она скорее основывается на мыслительном процессе, в основу которого положен эвристический подход: упор делается на сам результат, а не на изложение тонкостей доказательства того, что воспринимается как должное. Так, один из основных постулатов китайской геометрии гласит, что, если тело разбить на отдельные

элементы, его площадь и объем остаются неизменными, даже если число этих элементов стремится к бесконечности.

Такой принцип вовсе не исключает возможности использования аксиом, но все дело в том, что тела в китайской геометрии не были абстрактными объектами. Они скорее напоминали разноцветные осязаемые части игры-головоломки, которыми можно манипулировать как угодно. Китайской геометрии свойствен скрупулезный анализ, который позволяет добиться желаемых результатов не только при определении площади и объема, но и при рассмотрении некоторых свойств прямоугольного треугольника, подсчете суммы ряда, решении уравнений или систем уравнений и при установлении «замечательных тождеств».

Более того, она не считает зазорным (в отличие от Евклида) прибегать к подсчетам и пользуется всеми способами, которые могут оказаться полезными в данном случае. Иными словами, для нее все методы хороши. Возможно, это связано с влиянием даосистской философии: известно, что китайские математики в III—V вв. преклонялись перед отцом этого течения Чжуан-цзы, который отрицал язык как эффективный способ постижения реальности. Он считал, что ложные рассуждения софистов продемонстрировали ограниченность этого средства, и утверждал, что логические рассуждения, способные привести к неверным выводам, нельзя считать надежными для описания реальности. Отсюда и распространение среди китайских математиков, находившихся под влиянием даосизма, недоверие к языку. В то же время они стремились использовать другие пути, не забывая и про собственные органы чувств, и предпочитали вычисления и другие манипуляции с объектами, дабы обойтись без слов. К словесным же доказательствам прибегали только в крайнем случае, когда ничего другого не оставалось.

Каким же образом математика, столь тесно связанная с конкретными вещами, позволяла получать отвлеченные результаты? В дей-

ЖАН-КЛОД
МАРЦЛОФ,
французский синолог,
научный сотрудник
Национального центра
научных исследований. В
область его интересов
входит изучение взаимо-
связей китайской науки с
другими научными
традициями. Автор книги
по истории китайской
математики
«Histoire des
mathématiques chinoises»
(ed. Masson, Paris, 1987).

ствительности конкретность китайской математики не означает отсутствия абстракции. Напротив, некоторые результаты, полученные в ходе манипуляций с частями головоломки, свидетельствуют о большой изобретательности и поразительной способности к абстрагированию.

Кроме того, китайским математикам часто приходилось намеренно искажать реальность, поскольку эту науку было трудно преподавать без упрощения сложных проблем повседневной жизни. Именно поэтому во многих задачах за внешним правдоподобием скрываются вымышленные ситуации. Числовые данные в них не соответствуют реальным: они либо слишком велики или малы, либо лишены смысла (дробное число людей), либо приводятся в произвольном сочетании (площади складываются с объемами и ценами). Порой неизвестные и известные величины меняются местами; размеры тела требуется подсчитать исходя из объема, капитал — из процентов, количество товара — из части, полученной каждым. Очевидно, такое построение задач было неслучайным: оно открывало простор математической мысли.

Именно на такой «вымышленной почве» развивалась китайская алгебра. В самых древних из дошедших до нас учебниках содержится набор правил для решения определенного круга задач. В крайних случаях каждая задача выделяется в отдельный класс. Позднее появились единые методы решения все более широких классов задач. Необходимость искусственных ситуаций постепенно отпала.

Но без системы счета все это вряд ли было бы возможным. Самобытность китайской математики состоит в методах вычислений, для выполнения которых применяются раз-

народные счетные приспособления. Конечно, самое известное из них — счеты, появившиеся довольно поздно, около XV в. При выполнении даже самых замысловатых вычислений китайцы полагались главным образом на счетные палочки: по их расположению определялись числовые коэффициенты в уравнениях. Применение палочек в какой-то степени лишало задачи конкретного выражения и переводило их в область абстрактного мышления.

Новый метод стал известен под общим названием «фанчэн»: слово «фан» означает квадрат или треугольник, а «чэн» — распределять. Иными словами, числа распределялись по двум направлениям, образующим квадрат или прямоугольник, формируя то, что теперь называют матрицей. Кроме того, использовались два типа палочек: красные и черные. Они символизировали положительные и отрицательные величины и соответствовали взаимодополняющим силам мироздания — *инь* и *ян*.

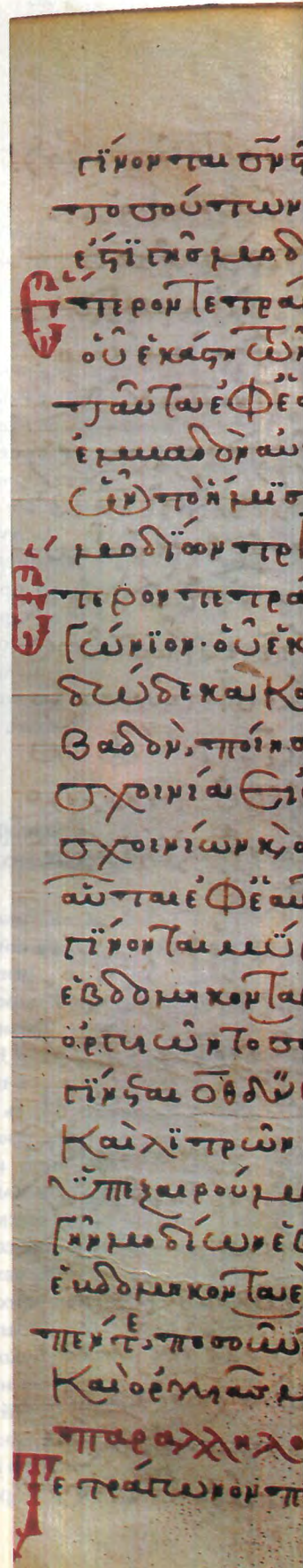
Итак, перед нами некая «инструментальная» алгебра, в которой отсутствуют логические рассуждения. В этом ее сила и ее слабость: методы вычисления растворяются, исчезают в процессе их выполнения. «Искусство перекладывания палочек» сродни искусству музыканта-виртуоза, который исполняет свою партию, не глядя в ноты. Не случайно некоторые китайские математики сравнивают свою науку с музыкой.

Таким образом, методы вычислений и операции над объектами — основные компоненты этой математики, которая никогда не считала себя связанной какими-либо канонами и на различных этапах своей истории органично впитывала многочисленные достижения других культур.

《圖乘因又》

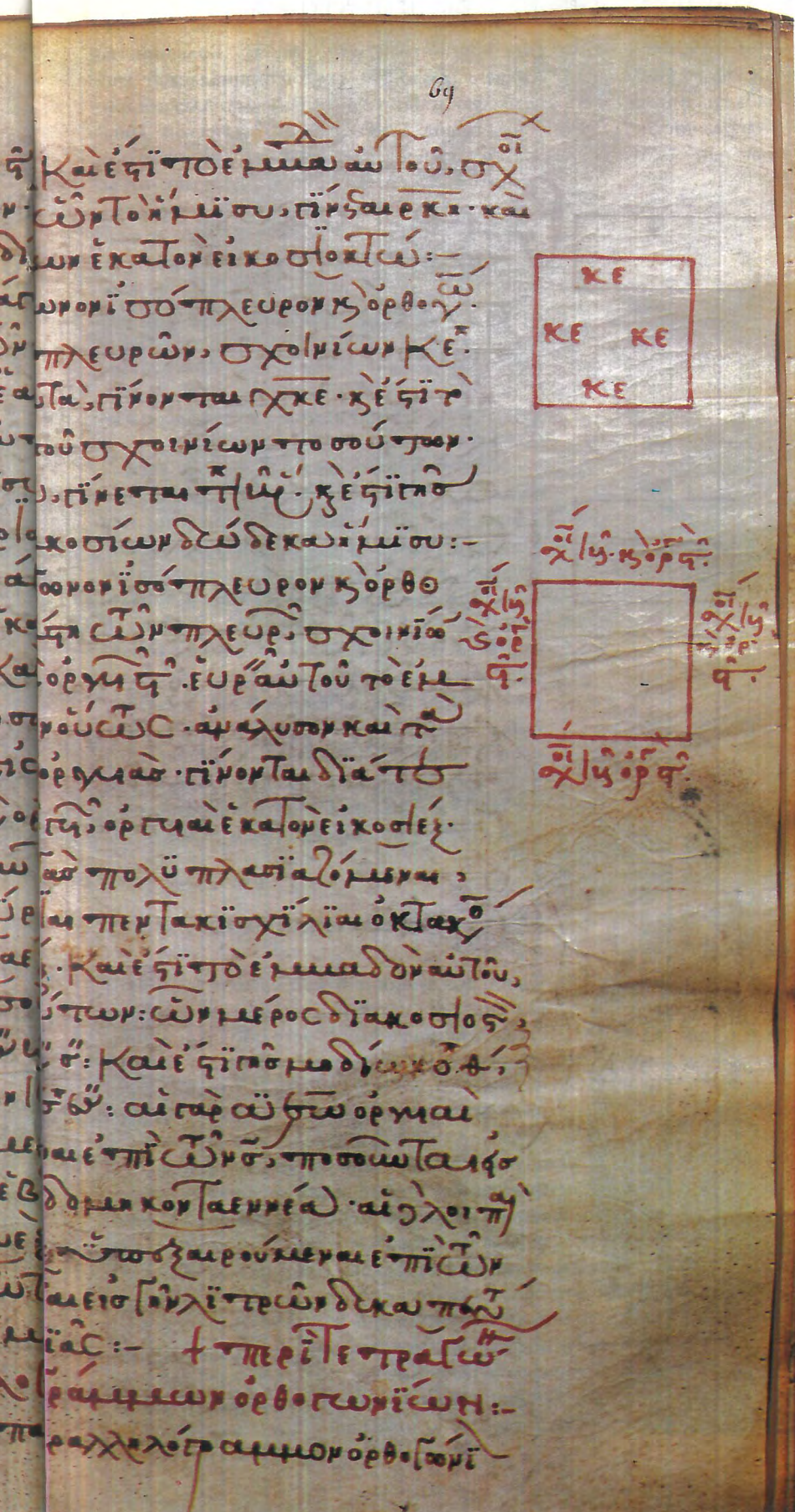
(實)	未 (法)																
銀共	乘價正																
二百四十六萬九千	五千六百七十八文																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> </table>									<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100%; height: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> <tr> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> <td style="width: 50%; height: 50%; text-align: center;"> </td> </tr> </table>								
九百	三文																

Таблица умножения, взятая из китайской книги 1593 г.



Справа: «Начала» Евклида. Греческая рукопись XII в.

БЕРНАР ВИТРАК



Известно, какую огромную роль сыграли древнегреческие ученые в развитии математики на Западе. На это указывают сами слова «математика», «математик» и их эквиваленты во многих европейских языках, пришедшие из греческого, от глагола «знать, изучать». Первоначально слово «mathema» означало «то, чему обучают», то есть все виды знаний, и только в классический период приобрело более узкое значение, которое имеет и по сей день.

Обучение математике

Мало известно о том, как в Древней Греции обучали математике. Специализации по отдельным областям знаний в те времена не существовало, и, по-видимому, в изучении математики большую роль играли разные философские направления.

В классический период существовали научные школы, такие, как хиосская и сизикская. Мы не знаем, какое они давали образование: общее или специальное. Возможно, они представляли собой просто группу учеников, которыми руководил какой-нибудь прославленный учитель.

Создается впечатление, что, как и в медицине (о существовании медицинских школ сохранились более ранние и надежные свидетельства), в формировании научных интересов большую роль играли семейные традиции. Несмотря на скудость биографических данных о математиках, нам известно, что Архимед был сыном астронома, Гипсикл — математика, геометры Менехм и Динострат были братьями, а Ипатия (единственная известная нам женщина-математик) была дочерью математика Теона из Александрии.

Если на Ближнем Востоке рано сформировались государства с централизованной властью, что способствовало появлению отдельного класса писцов, то в Древней Греции этого не произошло. На ее территории существовали небольшие постоянно воюющие друг с другом независимые города (полисы) и их объединения, в которых проблемы образования в отличие от Египта, Вавилона и Сирии не входили в число общественных интересов.

Хотя для торговли, землемерных работ и мореплавания знание математики было необходимо и в начальной школе детей, как пра-

вило, обучали счету, в греческих полисах на интеллектуальное и техническое образование обращалось мало внимания, а школы появлялись только благодаря частной инициативе. Некоторым из них суждено было прославиться: так, в 4 в. до н. э. Исократ основал школу риторики, а Платон — школу философии.

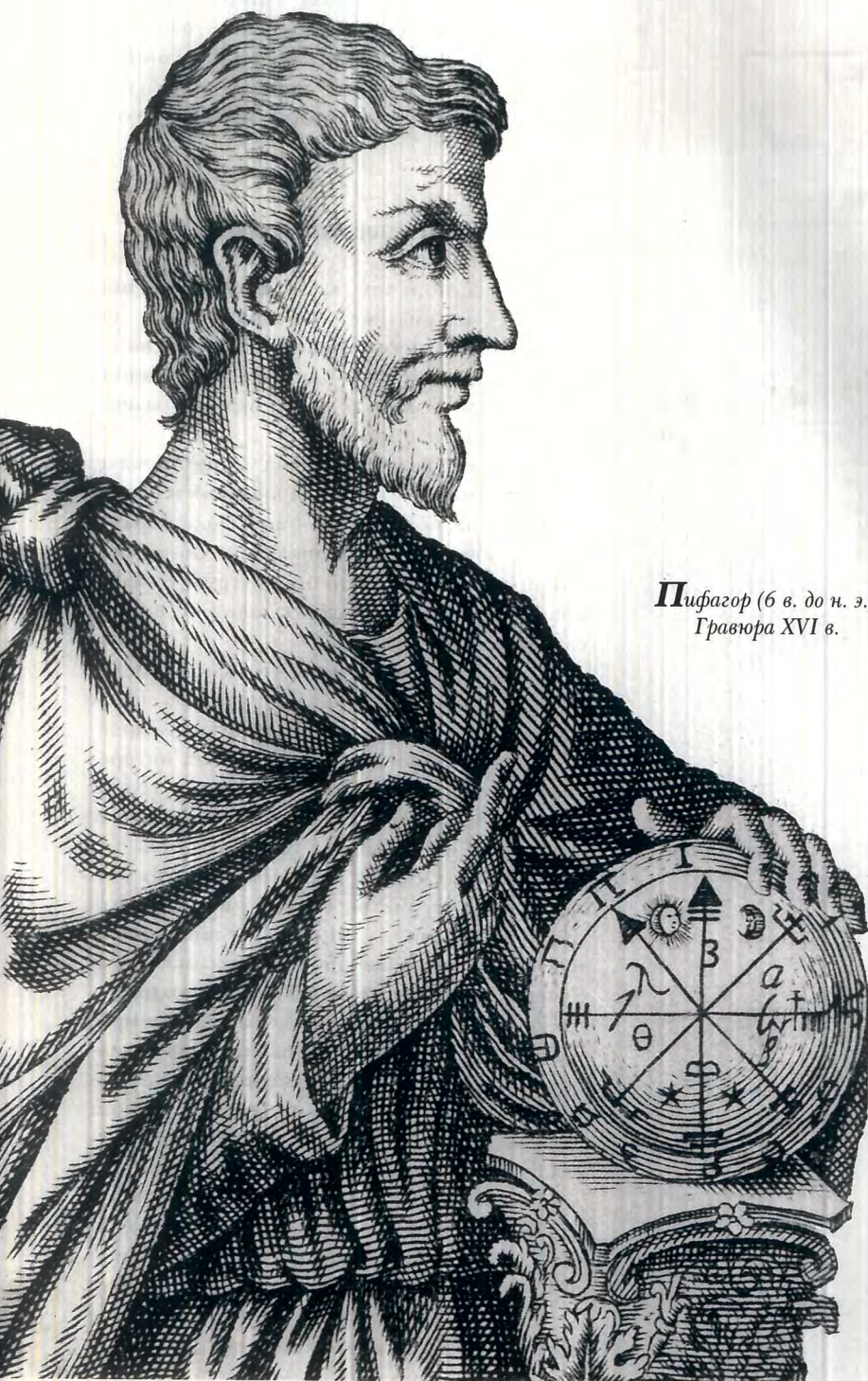
Оба они считали, что без математики развитие ума невозможно, ибо она требует умения сосредоточиться и является своего рода «интеллектуальной гимнастикой», однако у каждого из них был свой подход к предмету. По Исократу, математика, как и споры, столь любезные сердцу юных, должна формировать ум, но ее конкретное содержание не имеет никакой ценности для гражданина, который в

идеале должен стремиться посвятить свою жизнь политике. Платон же, признавая подготовительную роль математики, все же придавал ей гораздо большее значение, считая ее прелюдией к изучению философии (идеализма по Платону), а также методом отбора — ведь математика и философия, которым он обучал, были своего рода упражнением в интеллектуальном аскетизме, частью его проекта политической реформы.

Во 2—3 вв. до н. э. началось довольно бурное развитие математики. Большинство дошедших до нас трудов принадлежат ученым, так или иначе связанным с Александрией, столицей, основанной греческой династией Лагидов (Птолемеев), правившей в Египте с 306 по 31 г. до н. э. Известно, что во время их правления государство распространило свое покровительство (которым до того времени пользовались лишь отдельные лица, чаще всего поэты) на целые институты: наиболее известные из них — александрийские библиотека и мусейон. Несомненно, именно их создание дало толчок к изучению литературы. Вполне вероятно, хотя и менее очевидно, что эта благоприятная атмосфера сказалась и на развитии науки.

Впрочем, мы не знаем, были ли у ученых мужей того времени (а среди тех, чье пребывание в Александрии подтверждено или вполне вероятно, числятся и Геофил из Халкедонии, и Евклид, и Стратон Лампсакский, и Аристарх Самосский, и Эратосфен, и Аполлоний Пергский) последователи, обучали ли они кого-либо, читали ли лекции под эгидой мусейона. Иными словами, нельзя с уверенностью говорить о существовании александрийской школы как таковой. Александрийский мусейон превратился в университет лишь во времена римского владычества, когда по его подобию были созданы университеты в Эфесе, Афинах, Смирне и Эгине.

*Пифагор (6 в. до н. э.).
Гравюра XVI в.*



Математические тексты

Кроме традиционной математики, существовал еще свод греческих математических текстов, посвященных методам счисления. Подобные работы существовали в Египте, Вавилоне и Китае. Так, более поздний свод математических текстов, приписываемый Герону Александрийскому, использовался в целях обучения вплоть до возникновения Византийской империи. В греческих текстах, так же как в вавилонских и египетских, применена методика, по которой условия задачи напоминают реальные ситуации.

В классических же трудах Евклида, Архимеда или Аполлония мы не встречаем ничего подобного: практическое применение математики их не интересовало. В изложении евклидовой теории чисел нет даже числовых примеров; дошедшие до нас работы



Фалес Милетский
(конец 7 — начало 6 в. до
н. э.). Гравюра XVII в.

БЕРНАР ВИТРАК, француз, преподает математику. Вместе с Джеймсом Риттером руководит изданием «Истории науки» (Presses universitaires de Vincennes, Университет Париж VIII). Автор исследования, посвященного медицине и философии во времена Гипократа (1989). В настоящее время готовит перевод на французский язык «Начал» Евклида с комментариями. Первый том вышел в свет в 1989 г.

подтверждают, что математика делилась на чистую и прикладную. Однако, несмотря на столь четкое разделение, занимались ими одни и те же ученые.

Та область греческой математики, которую мы для удобства назвали «чистой», характеризуется следующими основными особенностями:

Дедуктивное построение. Для классических трудов, подобных «Началам» Евклида, характерно дедуктивное построение. Результат получают путем доказательства на основе либо ранее полученных результатов, либо заранее оговоренных принципов. Можно сказать, что мы имеем дело с частично аксиома-

тическим подходом, который акцентирует логику — обязательный аспект математики. Однако порой трудно отделить риторику, которая помогает удержать внимание ученика и направлена на повышение психологической и педагогической эффективности, от логики, которая формирует необходимую объективную структуру рассуждений.

Геометрическая ориентация. Даже когда речь шла о теории чисел, статике или астрономии, приводимые доказательства были по сути геометрическими. Математики древности пользовались разнообразными символами для обозначения чисел и дробей, а также сокращениями. Впрочем, дальше всего греки





продвинулись в применении репрезентативных символов: разложение фигур на элементы, установление разрешенных правил построения, открытие свойств, которые казались уже «присутствовавшими» в геометрических фигурах, — все это прекрасно сочеталось с дедуктивным подходом.

Наука для науки. Математикой занимались из любви к знанию как таковому.

Математика и философия. Развитие чистой математики происходило параллельно с развитием философии.

Философы и математики

Одновременно с развитием математики появились методологические и философские труды о науке. Примером может служить классификация Геминуса, греческого астронома и математика I в. до н. э. (см. с. 34). Он считал, что наука уже накопила достаточно разнообразных сведений во многих областях. По его классификации, предпочтение отдается абстрактным исследованиям в отрыве от их возможного практического применения.

Согласно учению Аристотеля, математика изучает свойства, которые можно «абстрагировать» от объектов физического мира. Кроме того, как и все науки, основывающиеся на доказательствах, она строится на определенных принципах, так что одна наука предполагает существование другой, одна подчиняется другой, как говорил Аристотель. Так, например, оптика «подчиняется» геометрии, что говорит о существовании логически упорядоченной иерархии наук. Такую иерархию следует отличать от принятого у греческих ученых противопоставления «практической» и «чистой» математики. По Аристотелю, только последняя заслуживает того, чтобы ее включили в свободное образование. «Быть свободным» здесь самоцель.

Искусство приукрашивать одерживает верх над прагматизмом технических расчетов: наука для науки становится высшей формой деятельности. По Платону, математика варваров — какого бы высокого уровня развития ни достигла их цивилизация — была всего лишь искусством, не освобожденным от пут необходимости. Греческая философия соединила таким образом понятия, принадлежащие к различным сферам — методической и философской.

В трактатах по оптике и астрономии применялись принципы геометрии, поскольку с помощью дедуктивного метода можно было легко обойти все, что представлялось «наглядным» и «практическим» (см. с. 34). Правда, остается неясным, как сами математики относились к такому определению своего рода занятий. Кроме того, не следует, хотя это и соблазнительно, переносить современное понятие «чистой» и «прикладной» мате-

матики на «невещественную» и «наглядную» математику древних, так как они не совпадают.

Говоря об идеале «бескорыстной» науки, нельзя не затронуть проблему мотивации развития математики. Здесь нужно различать явления, игравшие роль внешних факторов, от тех, которые можно назвать внутренними. В первой группе следует выделить оптику и астрономию, которые мы относим к физике, а ученые древности относили к области математики. Сюда же относится статика, учение о равновесии.

Что нам известно о «внутренней» мотивации? Можно попробовать найти ее определение в предисловиях, которыми математики, начиная с Архимеда, предваряли свои сочинения. Оказывается, что «бескорыстные» исследования вовсе не плод греческого стереотипа мышления, они предполагают существование некоего сообщества математиков, которые следуют установленным нормам.

Прежде всего эти ученые не считают нужным оправдываться в том, что они занимаются наукой ради науки, им это кажется вполне естественным. В лучшем случае они лишь уточняют, почему выбрали именно математику, а не физику или теологию. Мате-

к с. 33

Смерть Архимеда. Мозаика, найденная в Геркулануме, рассказывает о том, как во время взятия Сиракуз (212 г. до н. э.) к греческому математику, занятому вычерчиванием геометрических фигур, ворвался римский солдат. Ученый встретил его словами, ставшими впоследствии легендарными: «Noli turbare circulos meos!» («Не трогай моих фигур!»)

Классификация наук по Геминусу

Другие, и среди них Геминус, пытаются подразделять математическую науку иным образом. С одной стороны, к ней относят то, что касается вещей осязаемых или связанных с ними; с другой, они называют невещественными те предметы размышлений, которые разум познает в себе, отвлекаясь от материальной оболочки. Они полагают арифметику и геометрию двумя основными и наиболее важными разделами математики, рассматривающими невещественные объекты. Что касается вещей осязаемых, их изучают шесть разделов: механика, астрономия, оптика, геодезия, канон и снабжение войск.

Однако в отличие от других у них тактика не удостоивается чести войти в математику в качестве одного из разделов, хотя в ней используются как искусство снабжения войск (при определении величины армии), так и геодезия (при разбивке территории и определении ее площади). Более того, они считают, что ни история, ни медицина не есть разделы математики, хотя авторы исторических трактатов часто прибегают к математическим теоремам для описания климата или расчета размера городов, их диаметра и периметра, а врачи теми же приемами проясняют многие вещи, относящиеся к их ремеслу. Полезность же астрономии для медицины совершенно ясно показана Гиппократом и всеми, кто рассматривал времена года и места проживания.

Прокл, комментарии к первой книге «Начал» Евклида, 38.



матика более достоверна и строга, ее предмет более «постоянен», чем физика, и более «доступен», чем теология.

В Древней Греции математики составляли своего рода «международное» сообщество, члены которого были рассеяны по всему Средиземноморью: в Греции, Малой Азии, Египте и на Сицилии. Они поддерживали личные контакты и обменивались своими работами. Прежде всего ученые стремились передать коллегам свои задачи, найти решения тех задач, которые присылали им, или подвергнуть критике неудачные решения, предложенные другими. Так, некоторые из



них приобретали общепризнанный авторитет: им присылали на отзыв научные труды, а они в свою очередь рассылали их самым, по их мнению, достойным. Попадались среди них и самозванцы, но разоблачить обман было легко: им предлагали задачу, не имеющую решения, а они уверяли, что решили ее. Конечно, такие контакты оставались сугубо личными, они совсем не похожи на отношения, которые складываются между учеными в рамках современных институтов.

«Бескорыстная» наука, таким образом, связывалась с существованием некоей группы, внутри которой царил соперничество,

напоминающее то, что происходит среди современных ученых. Впрочем, такое сравнение не вполне правомерно, слишком уж ощутима разница масштабов этих сообществ: в эпоху эллинизма число ученых, особенно математиков, не превышало нескольких сотен. Не вызывает сомнения и то, что связи, не закрепленные рамками какого-либо института, были весьма непрочными. Во время римского владычества лучшие авторы (Птолемей, Папп) занимались уже только уточнением полученных результатов. Соперничество и поиск нового ушли в прошлое вместе с породившей их эпохой. ■

На гравюре 1801 г. изображен знаменитый Александрийский маяк на острове Фарос.

АРАБСКИЙ МИР

На стыке геометрии



и алгебры

Историк науки Рошди Рашед рассказывает о вкладе арабов в развитие математики.

Что бы вы могли сказать о зарождении математики в арабском мире?

На Арабском Востоке математические исследования начались, по-видимому, в IX в., когда в Багдаде с развитием переводческой деятельности возник интерес к творениям великих древнегреческих авторов. Аль-Хаджадж ибн Матар перевел «Начала» Евклида и «Альмагест» Птолемея, а Хиляль ибн Хиляль аль-Химзи — четыре тома «Конических сечений» Аполлония Пергского. В том же столетии были переведены и некоторые труды Архимеда, Паппа и Диофанта.

Все это весьма знаменательно благодаря двум важным обстоятельствам: во-первых, переводы делались известными математиками и, во-вторых, потребность в них была связана с новейшими исследованиями того времени. Так, книги V—VII «Конических сечений» Аполлония перевел великий математик Сабит ибн Курра, умерший в 901 г. Более того, есть все основания предполагать, что примерно в 870 г. в связи с уже проводившимся изучением анализа неопределенных уравнений¹ переводом «Арифметики» Диофанта занялся Куста ибн Лука.

Можно привести еще много примеров, иллюстрирующих тесную связь между переводами и самостоятельными исследованиями, которые велись в тот период, когда эллинистическая математика начала широко распространяться в арабском мире.

Аль-Хорезми — самый известный из арабских математиков. Каков его вклад в математическую мысль?

Как раз в это время — в IX в. — в Багдадской академии, известной как «Дом мудрости», аль-Хорезми написал трактат, как по форме, так и по содержанию явившийся новым шагом в истории математики. Это была «Китаб аль-джебр валь-мукабалах» («Книга о восстановлении и противопоставлении»)², в которой алгебра впервые рассматривалась как самостоятельная математическая дисциплина. Это было серьезное достижение, получившее признание современников, оценивших не только новый для математики метод, но и само содержание, а главное открывавшие перспективы дальнейших исследований.

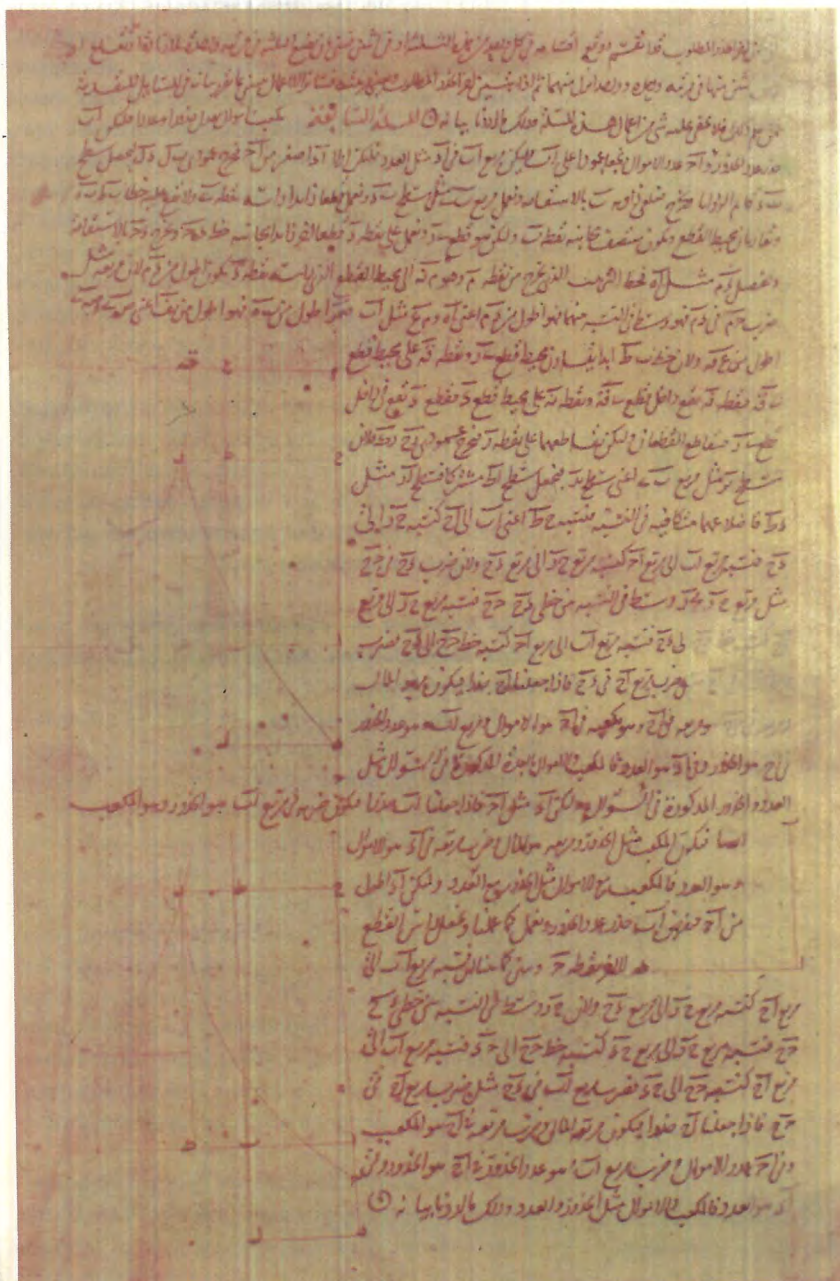
Что касается метода, то он был одновременно алгоритмическим (автор предложил серию вычислительных процедур) и наглядным. В те времена ощущалась потребность в

Изображение Багдада на турецкой миниатюре 1534 г.

такой математике, которая была бы достаточно общей, чтобы оперировать различными типами утверждений, и в то же время существовала независимо от них. В работе аль-Хорезми алгебраическое выражение могло относиться и к числу, и к иррациональной величине, и к геометрическому объекту. Эта новая математика была настоящей находкой для ученых того времени.

Оригинальность концепции и алгебраический стиль аль-Хорезми, не опиравшегося на какую-либо ранее известную традицию, трудно переоценить. Новая алгебра позволяла получить представление об огромных потенциальных возможностях приложения одной математической дисциплины к другой, неизвестных до IX в. Другими словами, сначала алгебра благодаря расширению ее границ и новизне концепции сделала такое приложение возможным, а в дальнейшем многочисленность и разнообразие этих приложений изменили характер самой математики.

Фрагмент трактата
об уравнениях
Шарифэддина Туси (конец
XII — начало XIII в.).
Рукопись датируется
1297 г.



Последователи аль-Хорезми расширяли приложение арифметики к алгебре и наоборот; арифметики и алгебры к тригонометрии; алгебры к евклидовой теории чисел; алгебры к геометрии и наоборот. Все эти приложения открыли путь новым дисциплинам или по крайней мере способствовали возникновению новых глав в истории математики.

Не могли бы вы привести какой-либо пример соприкосновения арифметики и алгебры?

Один из примеров, который приходит мне на ум, — вклад арабской математики в классическую теорию чисел.

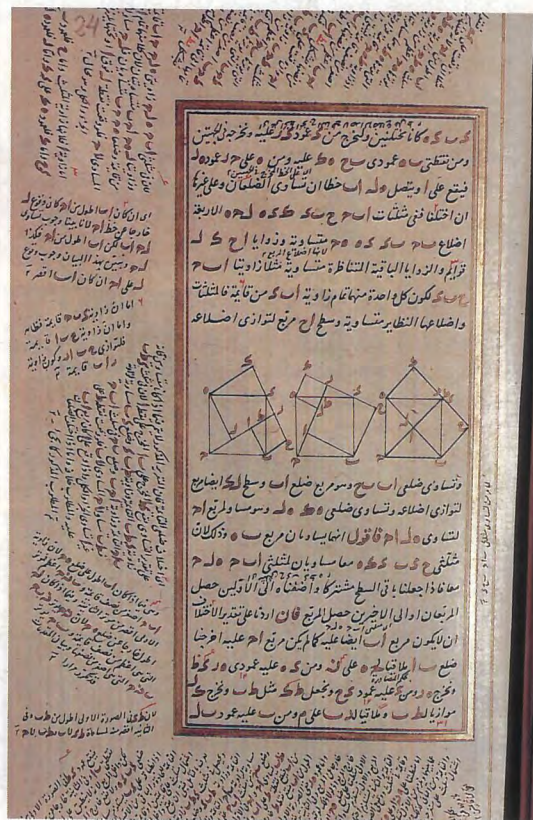
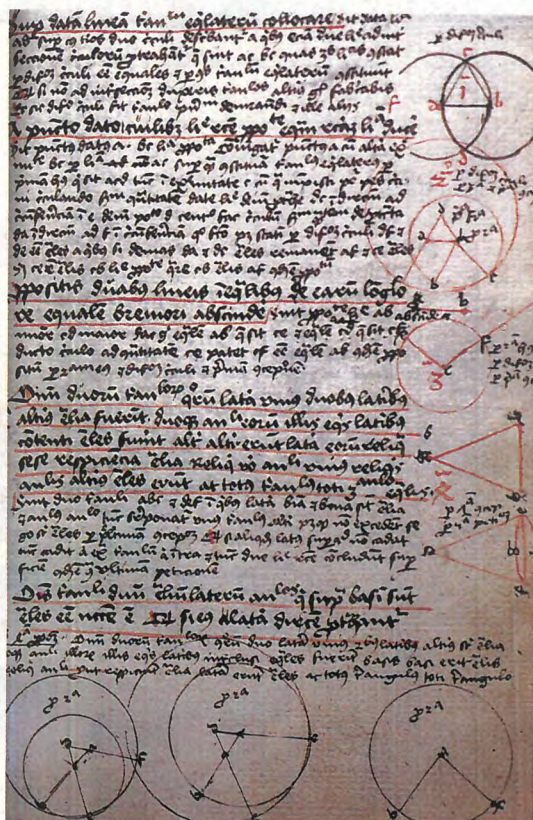
К концу IX в. были переведены важнейшие труды греков по арифметике: книги Евклида по этому предмету, «Введение в арифметику» Никомаха из Герасы и «Арифметика» Диофанта Александрийского. Вслед за этими переводами появились новые страницы в теории чисел, явившиеся в некотором роде ответом на них. Например, в области теории дружеских чисел было сделано два важных шага. Один из них привел (в евклидовой арифметике) к ряду новых открытий, а другой (в результате применения алгебры) завершился через несколько столетий появлением целой области теории чисел, не имевшей никакого отношения к открытиям греков. Остановимся на этих двух моментах подробнее.

В конце IX книги своих «Начал» Евклид выдвинул теорию совершенных чисел, однако ни он, ни Никомах Герасский не разработали теорию дружеских чисел³. Сабит ибн Курра, который перевел труд Никомаха и правил один из переводов «Начал», решил заняться этим вопросом. Он вывел замечательную формулу для дружеских чисел, которая теперь носит его имя.

Если отвлечься от мистики, которая традиционно окружает дружеские числа, и обратиться к чистой математике, то нужно признать, что вплоть до конца XVII в. формула Ибн Курры упоминалась лишь вскользь и то в работах более поздних математиков. Среди них были такие светила арабского мира, как аль-Антаки, аль-Багдади, Ибн аль-Бана, аль-Умави и аль-Каши. Время и место их жизни свидетельствуют о широком распространении формулы Ибн Курры, которую мы вновь встречаем в 1636 г. в работе Пьера де Ферма, а в 1638 г. — у Рене Декарта.

Второй момент примечателен тем, что прославленный физик и математик Камаль аль-Дин аль-Фаризи, умерший в 1320 г., написал трактат, целью которого было построить доказательство формулы Ибн Курры, но иным путем. Доказательство аль-Фаризи было основано на последовательном определении делителей какого-либо целого числа и действий, которые могут быть с ними произведены. Оно не только дало толчок к изменениям перспектив евклидовой арифметики, но и привело к появлению новых направлений в

Слева: фрагмент перевода на латынь трактата «Аль-Джибр» аль-Хорезми из рукописи, датированной 1145 г. Справа: комментарий Насирэддина Туси (1201—1274) к «Началам» Евклида (персидская рукопись XV в.).



теории чисел. Стало возможным говорить о ее неэллинистическом разделе.

Прежде чем приступить к этой новой области — изучению делителей, — аль-Фаризи должен был точно установить некоторые факты, не выявленные в «Началах» Евклида. Ему также пришлось использовать достижения алгебры X—XI вв. (после аль-Караджи), особенно комбинаторные методы. Таким образом, разработанный аль-Фаризи метод позволил ему не ограничиваться доказательством формулы Ибн Курры и приступить к новому исследованию первых двух арифметических функций: сумме делителей целого числа и числу этих делителей.

А ведь именно такой подход, когда алгебра и комбинаторный анализ применялись к евклидовой арифметике, преобладал в Европе вплоть до XVII в., по крайней мере до 1640 г. Таким образом, анализ выводов и методов аль-Фаризи показывает, что благодаря им еще в XIII в. могло появиться множество теорем, открытий и методов, которые до сих пор приписывались математикам XVII в.

Что можно сказать о новой связи между алгеброй и геометрией?

Как я уже говорил, начиная с IX в. содержание математики изменилось, она преобразилась и границы ее раздвинулись. Все шире распространялись греческая арифметика и геометрия. Кроме того, внутри эллинистической математики возникли другие, неведомые грекам области. Изменилась связь старых дисциплин, образовалось и множество других связей. Это имеет существенное значение для понимания всей истории математики: новые

отношения между алгеброй и геометрией дали толчок к созданию методов, обладающих огромным потенциалом.

В X в. математики предприняли двустороннее исследование преобразования, о возможности которого до этого никто не предполагал, — речь идет о переводе геометрических задач на язык алгебры и наоборот. Они переводили в алгебраические выражения пространственные задачи, которые ранее не удавалось разрешить с помощью линейки и циркуля, такие, как, например, проблемы деления угла на три части, двух средних величин и правильного семиугольника. Кроме того, встретившись с трудностями при использовании радикалов для решения кубических уравнений, алгебраисты, а также такие геометры, как Абу аль-Джуд (аль-Лейт), обратились к языку геометрии и применили метод конических сечений.

Первые попытки создать основу для этих преобразований сделал Омар Хайям (ок. 1048—1131). Стремясь выйти за пределы особых случаев, представляемых какой-либо одной формой кубического уравнения, он разработал теорию решения алгебраических уравнений степени меньшей или равной трем, которая одновременно давала новую модель для формулировки уравнений. Затем он приступил к изучению кубических уравнений, используя конические сечения для получения их положительных действительных решений. Для построения своей теории Омар Хайям, прежде чем сформулировать новую связь между алгеброй и геометрией, должен был четко представить себе ее. Это было начало создания теории уравнений, которая,

РОШДИ РАШЕД, руководитель научной программы в Национальном центре научных исследований во Франции. Автор многочисленных трудов по истории арабской математики. Несколько его статей были опубликованы в «Entre arithmétique et algèbre, Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes» (ed. Les Belles Lettres, Paris, 1984).



ز کسور صد خانه مختصر

نمودند نزدیک آن مقبر

درو پانزده اهل علم کزین

شدند از بی خدمت تویی

پس آنکه بر رسید مرگ از آن

بشدخ ماقال گفته آن



Слева: турецкая миниатюра 1581 г., изображающая стамбульскую обсерваторию.

Справа: титул рукописи (1228), в которой выдвигается теория дружеских чисел, сформулированная Сабитом ибн Куррой (836—901)

пусть пока только экспериментально, перекидывала мост между алгеброй и геометрией.

В своем знаменитом математическом трактате «Алгебра» Омар Хайям сделал два знаменательных открытия, которые историки ошибочно приписывают Декарту. Это — решение в общем виде всех уравнений третьей степени с помощью конических сечений и возможность геометрических расчетов путем определения единицы длины, что явилось основополагающей концепцией.

Примерно через пятьдесят лет последователь Омара Хайяма Шарифэддин Туси сделал еще один шаг вперед. Стремясь доказать существование точки пересечения двух кривых, он вплотную подошел к задаче нахождения и разделения корней уравнения и к анализу условий, при которых они существуют. В процессе поиска решения он дал определение понятию максимальных величин для алгебраического уравнения и попытался сформулировать концепцию и методы их определения.

Это привело аль-Туси не только к разработке концепций и методов, таких, как производные функции, получившие это название в более позднее время, но также заставило его изменить свой подход. Он пришел к выводу, что необходимо исходить из геометрических мест точек, в то время как его предшественники рассматривали только совокупность свойств изучаемых объектов. Все эти открытия и выведенная на их основе теория очень важны, но они часто приписываются математикам, жившим несколькими столетиями позднее.

Таковы главные особенности диалектических связей между алгеброй и геометрией. Однако для полноты картины следует также упомянуть два явления, которые замедляли развитие новой математики. Это — трудность в использовании отрицательных чисел как таковых, в то время когда они еще не получили определения, и недостатки обозначения символическими знаками. Решить обе эти проблемы удалось лишь значительно позднее.

Историки традиционно делят наше прошлое на античность, средние века, Возрождение и Новое время. Насколько такое деление справедливо по отношению к математике, особенно имея в виду вклад арабов в эту науку?

Действительно, «средневековой» математике обычно противопоставляется математика «современная». В историческом плане изначальный объем знаний, накопленных латинской, византийской, арабской, а также индийской и китайской математикой, можно было бы отделить от всей совокупности трудов, созданных в период Возрождения. Однако, на мой взгляд, такая дихотомия не имеет особого значения ни в историческом, ни в эпистемологическом плане. Арабская математика, безусловно, является продолжением

эллинистической математики, которая ее породила. Это относится и к математике, которая начиная с XII в. развивалась в латинском мире. Наконец, труды, созданные на арабском и латинском (или итальянском) языках с IX до начала XVII в., нельзя разделять на отдельные периоды.

Наоборот, все свидетельствует о том, что характер науки оставался прежним. Это подтверждается хотя бы тем, что мы можем сравнивать труды по алгебре и вычислительным процедурам, созданные в XII в. аль-Самавалем и в XVI в. Симоном Стивенсом;



открытия в теории чисел аль-Фаризи с открытиями Декарта; методы числового решения уравнений аль-Туси и работы Франсуа Виета в XIV в.; поиск максимальных величин аль-Туси и Ферма; работы аль-Хазина по интегральному диофантову анализу в X в. и работу Баше де Мезирияка в XVII в. И если мы не примем во внимание труды аль-Хорезми, Абу Камиля, аль-Караджи и других, то как сможем понять труды Леонардо Пизанского и других итальянских математиков XII и XIII вв. или математиков XVII в.?

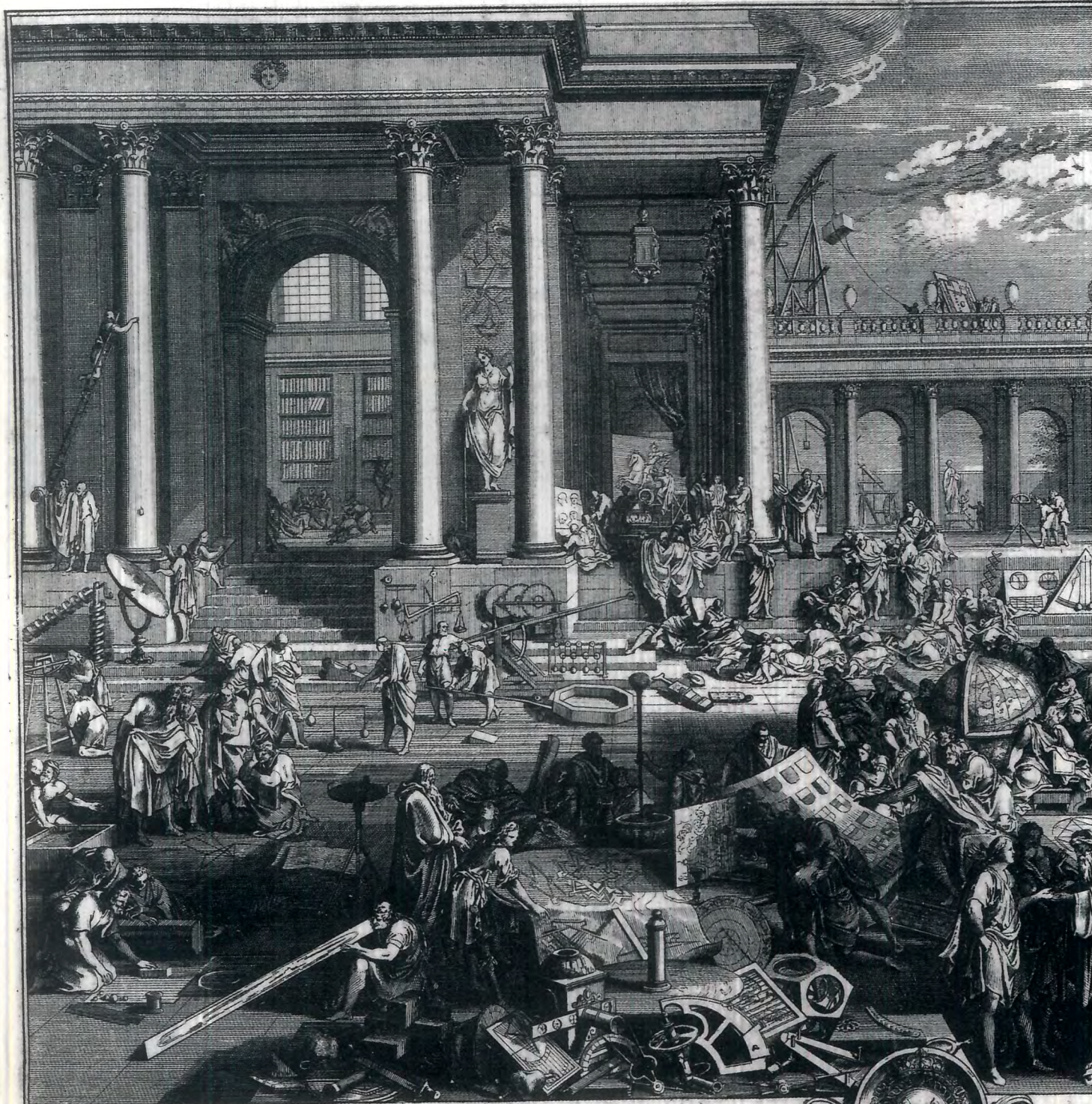
В Европе конец XVII в. был отмечен появлением новых методов и новых областей математики. Однако все это возникло не на пустом месте и не одновременно в каждой дисциплине. Более того, линии раздела редко совпадают с появлением трудов разных ученых. В теории чисел, например, использование Декартом и Ферма алгебраических методов не было новшеством, как это порой утверждают, они просто повторили открытия аль-Фаризи. Настоящим открытием Ферма можно считать его труд 1640 г. — изобретение метода «предельного перехода» и изучение квадратичных форм. Таким образом, вклад арабских математиков занял достойное место в четкой схеме развития этой науки в IX — первой половине XVII в. ■

1. Последние пять книг «Арифметики» Диофанта посвящены главным образом решению неопределенных уравнений, таких, где присутствует более одной переменной и большое число решений. — Прим. ред.
2. Слово «алгебра» заимствовано из названия труда, который в средние века многократно переводился на латинский язык и оказал сильное влияние на западную науку. Слово «алгоритм», которое обозначает любой метод счисления (например, десятичная система), состоящий из серии операций, происходит от латинизированного написания имени аль-Хорезми. — Прим. ред.
3. Число является «совершенным», если оно равно сумме своих делителей (например: $6=3+2+1$; $28=14+7+4+2+1$). Два целых числа образуют пару дружеских чисел, если сумма правых делителей одного числа равна сумме делителей другого числа. Это относится, в частности, к числам 220 и 284, которые долгое время были единственной известной парой. — Прим. ред.

ОТ СРЕДНЕВЕКОВЬЯ К ПРОСВЕЩЕНИЮ

У истоков современной науки

КАТРИН ГОЛЬДСТЕЙН И ДЖЕРЕМИ ГРЕЙ



*L'Académie des Sciences
Dedie et au*

Преподавание математики в европейских университетах во времена их основания (конец XII — начало XIII в.) в немалой степени строилось на традициях классической античности. Программа для студентов в Париже, Оксфорде и Болонье включала квадривиум: арифметику, геометрию, астрономию и музыку. Однако, как только овладение богословской премудростью, толкующей христианскую догматику, обрело первостепенную важность, гуманитарные факультеты, на которых читался курс математики,

стали менее престижны, чем юридический, медицинский и, конечно, теологический.

Университеты давали начальные знания математики, состоявшие из набора элементарных принципов арифметики и сведений из первых книг трактата Евклида по геометрии «Начала». Принципы движения изучались по работам Аристотеля. В Оксфорде и Париже математические методы впервые стали применяться для изучения явлений природы. Например, в XIV в. французский ученый, богослов и философ Никола Орем попытался графически изобразить вариации скорости в данный период времени для определенных типов движения.

Землемерные работы и картирование неба

В позднем средневековье математику применяли две группы специалистов, обучавшихся порой в одних и тех же университетах. С одной стороны, это были землемеры, инженеры и счетоводы, с другой — врачи и астрологи, имевшие более высокий социальный статус.

В XIV в. экономические перемены, рост городов и торговли создали условия, способствовавшие развитию математики. Усложнение торговых операций требовало точных расчетов. Математики давали консультации в «счетоводных лавках», где составлялись контракты, делались необходимые заказчику вычисления и решались банковские проблемы, касающиеся цен, обмена, обращения и стоимости денег, а также распределения прибыли.

Чтобы прокормиться таким ремеслом, нужно было все время доказывать свое превосходство над конкурентами, убеждать клиентов в своей высокой квалификации и умении. Поэтому владение техникой алгебраических вычислений, заимствованной у арабов, было единственным залогом профессионального успеха.

Правда, алгебра тогда сильно отличалась от современной, пользующейся символами для выражения отношений между числами. Она применялась для классификации возможных отношений между неизвестными величинами и для описания основных методов их определения. Эти методы обычно приводились в трактатах в виде практических примеров. Распространение в Европе системы десятичной нотации послужило стимулом к развитию математики. В то время благодаря изобретению книгопечатания появилось множество работ, содержащих результаты приближенных вычислений корней и комплексных дробей.

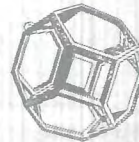
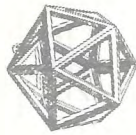
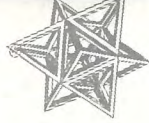
Таким образом, развитие математики как профессии, престиж которой определялся процветанием ее основных клиентов — купцов,



de beaux Arts
oy.

Jeremias Wolff excud. Aug. Fend.

«Академия наук и изящных искусств». Гравюра Готтфрида Штайна (1687—1747), сделанная по картине Себастьяна Леклерка.



явился следствием возникновения новых экономических и социальных приоритетов.

Новые перспективы

Переворот произошел не только в области финансов. К концу средних веков на Западе появилось большое число практических изобретений, таких, например, как компас и бинокль. Описания конструкции и функционирования измерительных приборов иногда печатались вместе с алгебраическими текстами. Отправлявшиеся на поиски новых земель путешественники и капитаны торговых судов широко использовали астролябию и квадрант. Художники, картографы и архитекторы писали практические и теоретические трактаты о перспективе, связанные с тем, что мы теперь называем геометрической оптикой. Таким образом, в те времена в математике не существовало четкого деления на прикладную и теоретическую.

Конец XV в. ознаменовался подъемом гуманистического движения, в центре внимания которого были изучение и распространение наследия классической античности. Вначале сторонники этого движения относились к математическим методам довольно скептически. Если ученые-гуманисты конца XV в. и выказывали определенный интерес к арифметике, то только под влиянием трудов Платона и Пифагора, но в целом они презирали эту науку.

Интеллектуальная жизнь, одним из наиболее ярких проявлений которой была Реформация, концентрировалась на схоластическом изучении текстов, а не на практических нуждах ремесленников. Ученые-гуманисты выполнили множество переводов основных работ великих ученых арабского мира и Древней Греции. Обращаясь к греческим геометрам, они способствовали возрождению интереса к математике.

Математическое наследие античности попало на плодотворную почву: европейские монархи нуждались в услугах таких ученых, как астрономы Тихо Браге и Иоганн Кеплер, жившие при дворе императора Рудольфа II в Праге. Они не только составляли гороскопы, но и решали проблемы строительства фортификаций и баллистики. Интерес к приложению математических знаний в военном деле усилился. Со временем математика заняла достойное место в преимущественно гуманитарном образовании аристократии, а некоторые военные инженеры даже удостоивались дворянского звания. Растущее внимание к

математике в XVI в. нашло выражение в работах таких ученых, как Джон Ди, английский алхимик и астролог, написавший предисловие к первому английскому переводу Евклида; Джероламо Кардано, итальянский философ, врач и математик, чья книга «Великое искусство» явилась одним из краеугольных камней в истории алгебры; Франсуа Виет, французский юрист, специализировавшийся на картографии и введший первую систематическую алгебраическую нотацию.

Граничащее с враждебностью равнодушие к прикладной математике начало ослабевать с тех пор, как она получила поддержку некоторых реформаторов образования, например французского философа Пьера де ля Раме (Петруса Рамуса), который посвятил математике и ее практическому приложению занятия на своей кафедре в Парижском королевском коллеже. Один из его учеников, голландский астроном и математик Виллеброд Снеллиус, активно вводил курс математики в университетах Голландии, чему в немалой степени способствовало открытие в Лейдене военной инженерной школы. Математика, география и гидравлика стали конкурентами астрологии и постепенно вытеснили ее из европейских университетов.

Возникновение академий

Интерес к работам греческих математиков достиг своего апогея в начале XVII в. Несмо-



«Банкир и его жена».

Картина Квентина Метсуса (1455—1530).



тря на большое число переводов и переизданий, предпринимались многочисленные попытки восстановления утраченных или искаженных текстов, что свидетельствует о широте распространения математической культуры. Престиж математики особенно вырос, когда Галилей открыл спутники Юпитера, названные им Сидера Медичи в честь дома Медичи, фамильной эмблемой которого был Юпитер. Галилей верил, что математика является ключом к пониманию языка Вселенной. Он утверждал: «Книга природы написана математическими символами... треугольниками, окружностями и другими геометрическими фигурами, без которых человек не сможет понять в ней ни одного слова».

В Европе стали появляться научные акаде-

мии. Некоторые из них, такие, как Академия деи Линчеи, к которой принадлежал Галилей, были основаны меценатами, другие представляли собой независимые группы ученых, которые встречались, чтобы обменяться новыми книгами, научными и литературными новостями, посмотреть анатомические опыты или понаблюдать за звездами.

Печатных книг и журналов, особенно научных, было в то время немного, поэтому академии вносили большой вклад в распространение знаний. Одна из наиболее известных научных групп, объединенная аббатом Мареном Мерсенном в Париже, привлекла таких выдающихся ученых, как Блез Паскаль, Рене Декарт, Пьер де Ферма, Жиль Роберваль и Жирар Десарг.

Этим математикам, воспитанным на трудах классических авторов, были близки традиции гуманизма. Но они также были наследниками математиков-прикладников, о чем свидетельствует то внимание, которое уделяется в их работах алгебраической технике. Некоторые из них были сыновьями разбогатевших купцов, купивших дворянское звание.

Математики XVII в. уже не зависели от меценатов и не жили на заработки от писательского и преподавательского труда. Как правило, они сочетали занятия математикой с работой в парламенте либо были монахами, дипломатами или военными. Раньше математики могли увеличить доход, укрепляя свою научную репутацию. Победа над противником в математическом споре обеспечивала приток клиентов. В семнадцатом же столетии, хотя математики по-прежнему представляли своим оппонентам запутанные задачи, решение которых было известно только им самим, это было скорее демонстрацией собственного мастерства и способом привлечь других к овладению предметом. Следуя примеру Декарта, эти ученые проводили четкое разграничение между геометрией, основанной только на рассуждениях, и механикой, отвечающей практическим требованиям ремесленников.

Однако эта геометрия не была точной копией геометрии древних греков. Благодаря усилиям Декарта и Ферма она превратилась в аналитическую науку. Труды и письма этих ученых изобилуют выкладками о касательных и кривых, вычислениями площадей поверхностей, оценками степени вероятности в азартных играх, проблемами целых чисел. Они интересовались также оптикой и фактически всеми природными явлениями, которые, как теперь считается, подчиняются законам математики. Такой подход к решению естественных проблем, зародившийся еще в XIV в. в Оксфорде, имел в своей основе механическую модель видения мира.

К середине XVII в. заметно возрос интерес государства к естественным дисциплинам,

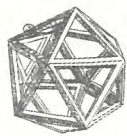


На этой гравюре по дереву 1503 г. Арифметика (в центре) разрешает спор между сторонниками использования счетов и приверженцами числовой нотации в пользу последних.

Квадривиум Пифагора

Из трудов Пифагора и Исократы мы знаем об организации математической науки в эллинистическую эру. В средневековой системе образования был принят *квадривиум Пифагора*. Его составляли арифметика, геометрия, астрономия и музыка. В предмет астрономии входили как элементарные понятия о восходе и заходе звезд, календаре и сезонных изменениях, так и более сложные понятия, касающиеся видимого и действительного движения Солнца, Луны и планет. Чисто математические аспекты иногда назывались сферической астрономией согласно гипотезе о шарообразной форме Земли и космоса, принятой с 5 в. до н. э. В предмет музыки входила теория музыкальных интервалов, в частности числовое определение гармоничных интервалов. Вероятно, такая система существовала начиная с 5 в. до н. э. (возможно, она была связана с пифагорейской школой), распространившись сначала на высшее, а затем и на среднее образование.

Бернар Витрак



развитие которых до этого осуществлялось в основном благодаря поддержке частных лиц. В 1662 г. значительное число английских академий королевской хартии было преобразовано в Лондонское королевское общество, а Французская академия, основанная в 1666 г. священником Жаном Батистом Колбером, объединила в своих стенах многих из тех, кто работал с Мерсенем. Такие периодические издания, как французский «Journal des Savants» и «Philosophical Transactions» Лондонского королевского общества, знакомили всех интересующихся с последними научными открытиями.

Во второй половине XVII в. стали вестись более интенсивные исследования в области аналитической геометрии. Работы многих

математиков, касающиеся методов вычисления площадей и касательных, были синтезированы независимо друг от друга английским физиком Исааком Ньютоном и немецким философом Готфридом Вильгельмом Лейбницем, разработавшими различные, но целостные теории интегрального и дифференциального счисления. Однако ни та, ни другая теория не была полностью принята современниками, и в течение многих лет продолжался спор о том, какой из них отдать приоритет.

Эти разработки ознаменовали новую фазу во взаимоотношениях математического и физического мира. В труде «Математические начала натуральной философии», изданном в 1687 г., Ньютон изложил общую теорию планетарного движения, выраженную в геоме-

Надпись на этой японской гравюре (ок. 1890), приписываемой Хосю, гласит: «Исаак Ньютон — гениальный и скромный основатель нового учения».

трических терминах, сходных с теми, которыми пользуется Евклид в «Началах». Эта теория, к которой в следующем столетии было написано множество комментариев, способствовала лучшему пониманию явлений природы. На основе работ Ньютона в 1730 г. французский математик Алекси Клод Клеро определил периодичность обращения некоторых небесных тел, включая знаменитую комету Галлея, названную в честь британского астронома, первым рассчитавшего ее орбиту.

Век Просвещения

Сложившаяся к концу XVII в. традиция была продолжена в восемнадцатом столетии. И хотя военные, дипломаты и дворяне продолжали выказывать интерес к математике, их постепенно вытесняли профессиональные ученые. В некоторых странах математики были связаны с учебными заведениями, в других — они принадлежали к научным академиям или королевским дворам. Предпочтение отдавалось практическому приложению математики и разработке на ее основе новых технологий и методов преумножения благосостояния. Просвещение, особенно во Франции, способствовало распространению научных идей, обеспечивающих прогресс и очищающих сознание от религиозных стереотипов. Французский математик Жан Лерон Д'Аламбер написал множество математических статей в «Энциклопедию». Происходил обмен не только идеями, но и людьми. Так, швейцарский физик Леонард Эйлер покинул Берлинскую академию наук и приехал в Россию работать в Петербург-

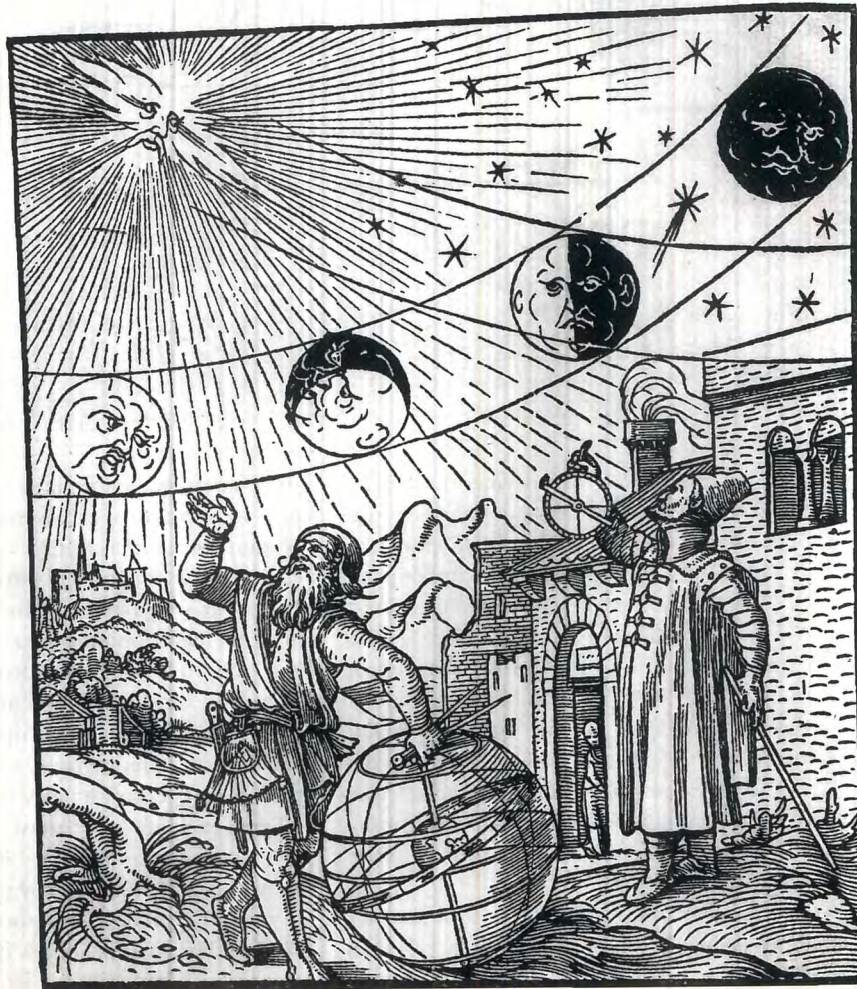
ской академии, а его место по приглашению прусского короля Фридриха II занял французский математик Жозеф Луи Лагранж, который после смерти монарха переехал во Францию ко двору Людовика XVI.

Более систематическим, чем в предыдущем столетии, стал обмен информацией: математики переписывались друг с другом, обменивались диссертациями, статьями и трактатами. Они расширили сферу приложения счислений и искали все новые пути. «Введение в анализ» Леонарда Эйлера, написанное в 1748 г., было одной из многих работ, предназначенных для студентов, которая в доступной форме знакомила их с новыми направлениями научной мысли. В этих трудах предлагались методы нотации и проводилась стандартизация наиболее интересных проблем. Росло доверие к алгебре как к инструменту исследования. Для счисления больше не требовалось геометрических доказательств, они стали наконец самостоятельной дисциплиной.

Таким образом, усвоение и преумножение греко-арабского наследия проходило на протяжении многих десятков лет, характеризовавшихся общественными изменениями и интеллектуальной эволюцией человечества. Главная заслуга в этом процессе принадлежит тем людям, чьи интересы простирались от новых методов ирригации и строительства до космогонических теорий и способов вычисления площадей.

КАТРИН ГОЛЬДСТЕЙН, французский математик, ведет научную работу в Национальном центре научных исследований. Сфера ее профессиональных интересов лежит в области теории эллиптических кривых и истории теории чисел в XVII в. Один из авторов издания «Eléments d'histoire des sciences» (ed. Bordas, Paris, 1989) под редакцией Мишеля Серра.

ДЖЕРЕМИ ГРЕЙ, английский преподаватель математики в Британском Открытом университете. Опубликовал несколько работ по истории современной математики, включая «Ideas of Space» (Oxford University Press, 2nd ed., 1989). Вместе с Джоном Фаувелом редактировал антологию «The History of Mathematics and the Reader» (MacMillan, London, 1987).



Солнечная система Галилея. Гравюра неизвестного автора XVI в.



ГАБРИЕЛА МИСТРАЛЬ

ПОЭТ И ГУМАНИСТ

Вся жизнь Габриелы Мистраль, родившейся 7 апреля 1889 г. в одной из деревень на севере Чили и скончавшейся в 1957 г. в Нью-Йорке, была постоянным интеллектуальным и духовным поиском. Ее судьба, от раннего детства, проведенного в долине Эльки (Чили), до поездок в Европу в культурных и дипломатических целях, похожа на легенду. Девочка из бедной провинциальной семьи стала впоследствии ведущей фигурой в латиноамериканской литературе. Скромной сельской учительнице присуждались самые престижные награды, включая Нобелевскую премию в 1945 г.

Для поэзии Габриелы Мистраль от первого сборника «Отчаяние» («Desolación», 1922) до последнего «Давильня» («Jagar», 1954) характерен суровый и выразительный разговорный стиль. Как и ее многочисленные прозаические произведения, поэзия Мистраль проникнута провидчески-

ми, пророческими чувствами по отношению к Латинской Америке. Однако читатели европейских и других стран, принадлежащие к самым различным культурным традициям — будь то израильтяне, китайцы, японцы, — видят глубокий гуманистический и поэтический смысл, заложенный в ее творчестве.

Влияние этой латиноамериканской писательницы прослеживается в книгах, заметках, политических и философских очерках других авторов. За 50 лет Чили подарила миру трех известнейших поэтов: Габриелу Мистраль, Висента Уидобро и Пабло Неруду.

Почему же творчество Габриелы Мистраль имеет столь универсальное значение? Как у всякого подлинного художника, любовь к родине не вытеснила у нее тягу к другим языкам и культурам. На ее жизнь и творчество оказали сильное влияние произведе-

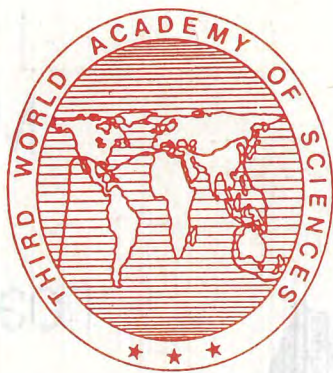
ния святой Терезы, испанского поэта Луиса де Гонгора-и-Арготе, Данте, Рабиндраната Тагора, великих русских писателей и даже, несмотря на ее христианское вероисповедание, знаменитых буддийских мудрецов.

Тесно связанная со своей страной и своим народом («Я есть и останусь, — говорила она, — дочерью своей земли»), Габриела Мистраль передает личные переживания языком, доступным для всего человечества. Ее несчастная любовь стала песней любви и нежности, понятной сердцам людей повсюду. В ее симпатии к простому народу и готовности отстаивать его интересы поэзия и гуманизм сливаются воедино: «Мы должны выражать движения души во всей их глубине и смело возвышать голос сердца, пока оно не перестанет биться».

Приведенный выше текст является сокращенным вариантом статьи преподавателя Чилийского государственного университета Гастона фон дем Бусше.

Академия наук стран «третьего мира»

АХТАР МАХМУД ФАРУКИ



Науку иногда определяют как высшее проявление интернационализма, как общее достояние богатых и бедных стран. Однако распространение научных знаний всегда шло крайне неравномерно. Если наука промышленно развитого Севера идет вперед гигантскими шагами, то страны Юга фактически не имеют научного потенциала, да и работать ученым здесь приходится в отрыве от мирового научного сообщества, обходясь весьма скудными ресурсами.

Несколько лет назад была создана новая организация — Академия наук стран «третьего мира», которая вносит свой вклад в сокращение разрыва в области науки между Севером и Югом. Расположенная в Триесте (Италия) Академия является первым международным форумом, объединяющим ученых «третьего мира» с целью дальнейшего развития фундаментальной и прикладной науки в развивающихся странах.

Идея создания Академии принадлежит представителю Пакистана, лауреату Нобелевской премии Абдусу Саламу, который вот уже более 40 лет помогает ученым из развивающихся стран преодолевать изоляцию и подключаться к работе в передовых областях науки.

Штаб-квартира Академии располагается в помещении Международного центра теоретической физики, который в этом году отмечает свое 25-летие. С момента открытия Центра его возглавляет профессор Салам, принимавший активное участие в его создании.

Вопрос об организации Академии наук был впервые поставлен профессором Саламом в 1981 г., а в июле 1985 г. она была официально открыта генеральным секретарем ООН Пересом де Куэльярсом.

За четыре года своего существования Академия наметила и осуществила целый ряд разнообразных проектов, направленных на развитие науки в развивающихся странах. Она учредила около 300 стипендий ученым, специализирующимся по проблемам оптики, ядерной физики, использования солнечной энергии, сейсмологии и лазерной физики. Вопрос о назначении стипендий решается международным жюри, состоящим из четырех членов. Среди получивших одобрение кандидатов авторы проектов из таких стран, как Ямайка, Китай, Аргентина, Индия, Бразилия, Пакистан, Мексика, Ангола, Перу, Таиланд, Турция и Мадагаскар.

В рамках программы, осуществляемой совместно с Центром, Академия предоставляет научную литературу странам, которые не имеют возможности покупать ее за валюту. Призыв этих организаций к библиотекам, издательствам, лабораториям и частным лицам безвозмездно предоставить развивающимся странам книги, журналы и лабораторное оборудование

встретил у многих положительный отклик. В рамках программы около 50 тыс. книг и журналов ежегодно направляются в 500 учреждений в 90 странах.

Одним из значительных проектов Академии является программа взаимного обмена Юг — Юг, предоставляющая возможность ученым из развивающихся стран работать в других странах «третьего мира». Согласно этой программе, уже осуществлено 125 таких обменов. Кроме того, Академия всячески способствует ознакомлению ученых «третьего мира» с работой биологических, химических и геологических лабораторий Италии.

В 1987 г. Академией была учреждена премия по истории науки, которая присуждается ученым из развивающихся стран, труды которых не получили до настоящего времени должного признания. Первая премия была присуждена в 1988 г. за очерк об астрономических таблицах, которые были составлены выдающимся математиком Шамс-ад-дин-аль-Халили и использовались в Дамаске для летосчисления с XVI по XIX в. Участвовать в конкурсе может ученый любой национальности; победителю присуждается премия в 10 тыс. долл.

Академией учреждены также ежегодные премии в размере 10 тыс. долл. за выдающиеся достижения ученых «третьего мира» в области физики, химии, математики и биологии. Академия проводит конференции по важнейшим проблемам, стоящим перед развивающимися странами. Так, например, в октябре 1988 г. в Триесте прошла конференция, посвященная

роли женщин в развитии науки и техники в странах «третьего мира», в которой приняло участие 240 женщин-ученых более чем из 70 стран.

Академия является неправительственной, некоммерческой организацией, финансируемой в основном Канадой и Италией. Она состоит из 106 действительных членов из 42 развивающихся стран, 42 ассоциированных членов (ученых из промышленно развитых стран, которые либо родились в одной из развивающихся стран, либо внесли заметный вклад в науку «третьего мира») и 3 членов-корреспондентов. Десять членов академии являются лауреатами Нобелевской премии.

В конце 1988 г., всего через три года после основания Академии, Рональ Леже, представитель канадского Агентства по международному развитию, указывал на то, что благодаря усилиям Академии к работе ученых стран «третьего мира» которые раньше были оторваны от исследовательской деятельности других ученых, произошли значительные изменения. По словам Леже, Академия — это оборудование для лабораторий, стипендии для обмена молодыми учеными в рамках проекта Юг — Юг, подписка на периодические научные издания. Одним словом Академия открывает новые перспективы для развития науки и техники в развивающихся странах.

АХТАР МАХМУД ФАРУКИ является редактором информационного бюллетеня Академии наук стран «третьего мира».

ФОТОГРАФИИ ПРЕДОСТАВИЛИ:

1-я с. обл., с. 3: J. Blauel © Artothek, Munich/Bayer, Staatsgemäldesammlungen i. Germ. Nationalmuseum, Nuremberg. 4-я с. обл.: Н. Jürgens, H.-O. Peitgen, D. Saupé (Universität Bremen) © «The Beauty of Fractals», H.-O. Peitgen, P. Richter, Springer Verlag, Heidelberg, 1986. С. 2: © Nathalie Gyatso, Montfort l'Amaury, France. С. 3, 6 (врезка), 9 (врезка): Unesco/Michel Claude. С. 5, 9: Unesco/Belmenoua С. 10: © Pedro Tzontemec. С. 12: Erich Lessing, Kunst und Kulturarchiv © Länderpress, Düsseldorf. С. 12—13; Georg Gerster © Rapho, Paris. С. 14: взято из «Eléments d'histoire des sciences» (под редакцией Мишеля Серра), Bordas, Paris. 1989 © Réunion des Musées nationaux, Archives Photéb. Paris/Musée du Louvre. С. 14—15, 44—45: © Réunion des Musées nationaux, Musée du Louvre, Paris. С. 16, 27: A rights reserved. С. 17: © Trustees of the British Museum, London. С. 18: Wellcome Institute Library, London. С. 19: Scheldegger © Rapho, Paris. С. 20: © Roger Viollet, Musée Guimet, Paris. С. 21: © Rolan et Sabrina Michaud, Paris. С. 22—23: © Vivian Bastian-Olmi, Switzerland. С. 22—23, 25 (визу), 26: © Commissariat General for International Co-operation of the Flemish Community, Brussels. С. 24, 25 (визу) С. 28: взято из «Science and Civilization in China» by Joseph Needham, vol. 3 © Cambridge University Press, UK. С. 29: © J.-L. Charmet, Bibliothèque nationale, Paris. С. 30, 31: © J.-L. Charmet, Paris. С. 32—33: © Städtische Galerie-Liebighaus, Frankfurt am Main. С. 34—35: © The Mariners' Museum, Newport News, Virginia, USA. С. 36—37, 39, 40: Roland et Sabrina Michaud © Rapho, Paris. С. 38, 41 © Roshdi Rashed, Bourg-la-Reine, Paris. С. 42—43: © Graphik Sammlung ETH, Zürich. С. 44, 46, 48: © Collection Viollet, Paris. С. 46—47: © Albert Royal Library, Brussels, Special Reserve. С. 47 (справа) © Stillman Drake, Institute for the History and Philosophy of Science and Technology, Toronto. С. 48: © Roger Viollet, Paris. С. 49: © Unations. С. 50: © Third World Academy of Sciences, Trieste.



КУРЬЕР ЮНЕСКО

43-й год издания

Публикуется ежемесячно на 34 языках
и шрифтом Брайля
ЮНЕСКО — Организацией Объединенных Наций
по вопросам образования, науки и культуры.

31, rue François Bonvin, 75015 Paris, France.

Директор: Бахат эль-Нади
Главный редактор: Адель Рифаат

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ (Париж)

Ответственный секретарь: Джиллиан Уиткомб
русский яз.: Георгий Зеленин
английский яз.: Рой Малкин, Каролин Лоуренс
французский яз.: Алэн Левэк, Неда аль-Хазен
испанский яз.: Мигель Лабарка,
Араселья Ортис де Урбина
арабский яз.: Абдель Рашид аль-Садек Мухаммади
Научная информация: Фернандо Аинса
Оформление: Жорж Серва
Иллюстрации: Ариен Бейли
Документация: Виллетт Рингельстайн
(т.: 45.68.46.85)
Связь с национальными редакциями:
Соланж Белен
Секретариат: Анни Браше, Муна Чатта,
Клоди Дюамель
Реализация: Генри Кнобил (т.: 45.68.45.88)
Подборка статей шрифтом Брайля на английском,
французском, испанском и корейском языках:
Мари-Доминик Бурже

НАЦИОНАЛЬНЫЕ РЕДАКЦИИ

немецкий яз.: Вернер Меркли (Берн)
итальянский яз.: Марио Гвидотти (Рим)
язык хинди: Шри Кришна Кумар Сингх (Дели)
язык тамили: М. Мохаммед Мустафа (Мадрас)
персидский яз.: Садул Ванини (Тегеран)
голландский яз.: Поль Моррен (Антверпен)
португальский яз.: Бенедикто Силва (Рио-де-Жанейро)
турецкий яз.: Мефра Ильгазер (Стамбул)
язык урду: Хаким Мохаммед Саид (Карачи)
каталанский яз.: Жоан Каррерас-и-Марті (Барселона)
малайзийский яз.: Азиза Хамза (Куала-Лумпур)
корейский яз.: Пак Сен Гиль (Сеул)
язык суахили: Доминио Рутаэбесибва (Дар-эс-Салам)
хорватско-сербский, македонский,
сербскохорватский, словенский языки:
Божидар Перкович (Белград)
китайский яз.: Шень Гофэнь (Пекин)
болгарский яз.: Горан Готев (София)
греческий яз.: Николас Папагеоргиу (Афины)
сингальский яз.: С. Дж. Суманасекера Банда (Коломбо)
финский яз.: Марьятта Оксанен (Хельсинки)
шведский яз.: Манни Кёслер (Стокгольм)
баскский яз.: Гуруц Лараньяга (Сан-Себастьян)
тайский яз.: Савитри Сувансатхит (Бангкок)
вьетнамский яз.: Зао Тунг (Ханой)
язык пушту: Назир Сехам (Кабул)
язык хауса: Халиб аль-Хасан (Сокото)
язык бенгали: Ахмед Хедайет (Дакка)

При перепечатке материалов обязательна ссылка
на «Курьер ЮНЕСКО» с указанием автора.
Подписанные статьи выражают мнение их авторов,
которое может не совпадать с точкой зрения ЮНЕСКО
и редакции журнала. Подписи к фото и заголовки
готовятся сотрудниками редакции.

Издание ежемесячного журнала «Курьер ЮНЕСКО»
на русском языке с 1957 года осуществляется
ордена Трудового Красного Знамени издательством
«Прогресс» (Москва) по поручению Комиссии СССР
по делам ЮНЕСКО.

ISSN 0304—3150

ОБЪЕДИНЕННАЯ РЕДАКЦИЯ ЖУРНАЛОВ ЮНЕСКО НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Главный редактор: А. Мельников
Заместители главного редактора:
И. Брычев, Д. Фикс

«Курьер ЮНЕСКО»

Редактор русского издания: И. Уткина
Редакторы: М. Борисова, О. Гребенюк
Художественное и техническое редактирование:
В. Паленцева

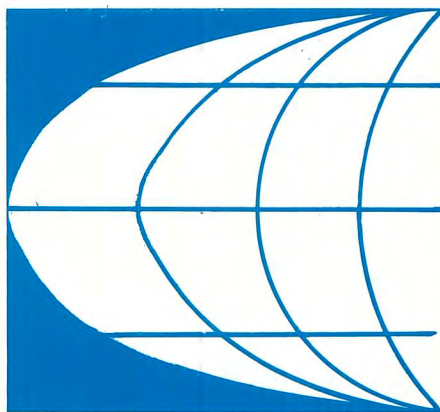
Адрес русской редакции: 119847, ГСП-3,
Москва, Г-21, Зубовский бульвар, 17, т.: 247-18-40.

Орден Трудового Красного Знамени
Калининский полиграфический комбинат
Государственного комитета СССР по печати.
Зак. № 813.

УВАЖАЕМЫЕ ЧИТАТЕЛИ!

В издательстве
„ПРОГРЕСС“
ГОТОВИТСЯ
К ИЗДАНИЮ
АНТОЛОГИЯ.

„КУРЬЕР ЮНЕСКО“ ЗА 30 ЛЕ



В книгу войдут
наиболее
интересные статьи
и фотоматериаль
опубликованные
в нашем журнале
с 1957 года.

ВЫХОД В СВЕТ ПЛАНИРУЕТСЯ ВО II КВАРТАЛЕ 1990 ГО,

